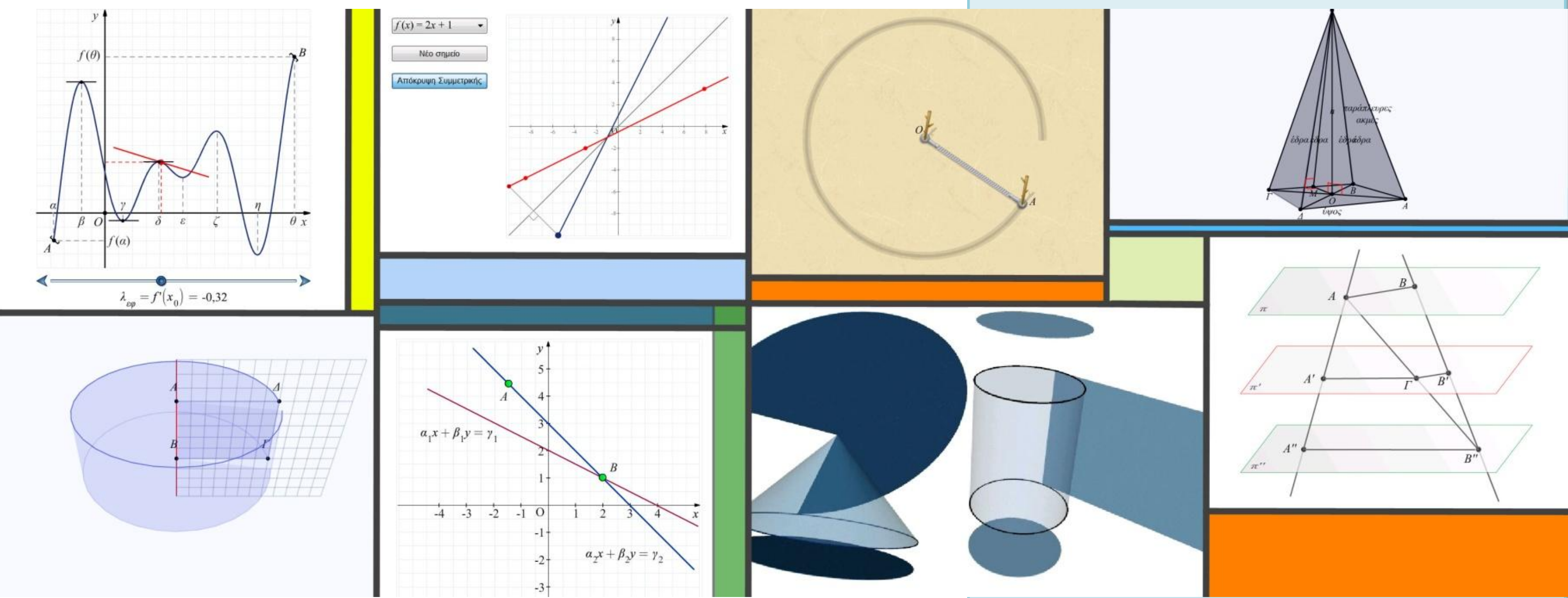
ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΨΗΦΙΑΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



Σεμπτέμβριος 2011

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

1.ΣΚΟΠΟΣ

Το παρόν εγχειρίδιο έχει αναπτυχθεί για σκοπούς υποστήριξης της προσπάθειας των εκπαιδευτικών να ενσωματώσουν το Ψηφιακό Εκπαιδευτικό Περιεχόμενο (ΨΕΠ) στη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης. Το εγχειρίδιο είναι χωρισμένο σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος παρουσιάζεται το πλαίσιο, οι αρχές και η φιλοσοφία βάση των οποίων αναπτύχθηκε το ΨΕΠ, καθώς επίσης και οι γενικές οδηγίες χρήσης και πλοήγησης στις μονάδες ΨΕΠ. Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζονται οι βασικές πληροφορίες για κάθε μονάδα ΨΕΠ και οι λύσεις των δραστηριοτήτων αξιολόγησης που περιέχονται σε κάθε μονάδα ΨΕΠ.

Συγκεκριμένα, στο πρώτο μέρος επεξηγείται η δομή και το περιεχόμενο του ΨΕΠ, η πρόσθετη αξία του και οι τρόποι ενσωμάτωσής του στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης. Επίσης, γίνεται αναφορά στη θεωρία μάθησης του οικοδομισμού και στις διδακτικές προσεγγίσεις και πρακτικές, στις οποίες στηρίζεται η ανάπτυξη των μονάδων ΨΕΠ Μαθηματικών. Τέλος, στο πρώτο μέρος του εγχειριδίου συνοψίζονται οι γενικές οδηγίες χρήσης και πλοήγησης στις μονάδες ΨΕΠ.

Στο δεύτερο μέρος του εγχειριδίου του εκπαιδευτικού περιγράφονται οι μονάδες ΨΕΠ. Συγκεκριμένα, για κάθε μονάδα ΨΕΠ δίνεται πληροφόρηση ως προς:

- τον τίτλο του μαθήματος,
- την τάξη στην οποία αναφέρεται,
- τον αριθμό, τον τίτλο και την έκδοση της μονάδας ΨΕΠ,
- τις λέξεις-κλειδιά που σχετίζονται με την ύλη/περιεχόμενο της μονάδας,
- τους διδακτικούς στόχους της μονάδας και
- τις λύσεις των δραστηριοτήτων αξιολόγησης και τις ενδεικτικές απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

2.ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ

2.1. ΓΛΩΣΣΑΡΙΟ

Ψηφιακό Εκπαιδευτικό Περιεχόμενο (ΨΕΠ): Εκπαιδευτικό υλικό σε ψηφιακή μορφή, το οποίο αναπτύχθηκε εξ' υπαρχής και κατά παραγγελία και αποσκοπεί στην επίτευξη συγκεκριμένων μαθησιακών στόχων, όπως αυτοί περιγράφονται στο Αναλυτικό Πρόγραμμα κάθε μαθήματος. Το ΨΕΠ είναι προσβάσιμο είτε σε μη συνδεδεμένη μορφή (offline) μέσω DVDs, είτε σε μορφή SCORM μέσω Διαδικτύου (online).

Μονάδα ΨΕΠ: Είναι μια λογική αλληλουχία μαθησιακών δραστηριοτήτων, η οποία αποτελείται από ενότητες, υποενότητες και Μαθησιακά Αντικείμενα που έχουν κοινή θεματική και στοχεύουν στην επίτευξη συγκεκριμένων μαθησιακών στόχων. Η αναπαράσταση της δομής μιας μονάδας ΨΕΠ φαίνεται στην Εικόνα 1.

Ενότητα: Ένα μέρος μιας μονάδας Ψηφιακού Εκπαιδευτικού Περιεχομένου (ΨΕΠ), το οποίο απαρτίζεται από υποενότητες.

Υποενότητα: Ένα μέρος μιας μονάδας Ψηφιακού Εκπαιδευτικού Περιεχομένου (ΨΕΠ), το οποίο απαρτίζεται από διαφορετικούς τύπους Μαθησιακών Αντικειμένων.

Μαθησιακό Αντικείμενο (Learning Object - LO): Ψηφιακή οντότητα και συστατικό μέρος του ΨΕΠ, το οποίο σχεδιάστηκε με σκοπό την επίτευξη συγκεκριμένου/ων μαθησιακού/ών στόχου/ων. Οι έντεκα τύποι των Μαθησιακών Αντικειμένων αναλύονται στην υποενότητα 2.3.2.

Επαναχρησιμοποιήσιμο Μαθησιακό Αντικείμενο (Reusable Learning Object - RLO): Οποιοδήποτε Μαθησιακό Αντικείμενο, το οποίο μπορεί να λειτουργεί ανεξάρτητα από άλλα Μαθησιακά Αντικείμενα που υπάρχουν στο ΨΕΠ και μπορεί να επαναχρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία νέων διδακτικών εφαρμογών/σεναρίων.

Σύστημα Διαχείρισης Μάθησης (Learning Management System - LMS): Ένα υπολογιστικό διαδικτυακό σύστημα που περιλαμβάνει δυνατότητες εγγραφής μαθητών σε διάφορα μαθήματα, χρονικό προγραμματισμό και πρόσβαση σε ψηφιακό εκπαιδευτικό περιεχόμενο, έλεγχο και καθοδήγηση της διαδικασίας μάθησης, καθώς και ανάλυση και αναφορά της απόδοσης των μαθητών στα ψηφιακά μαθήματα.

Κοινόχρηστο Μοντέλο Αντικειμένου Αναφοράς Περιεχομένου (SCORM): Είναι μια συλλογή τεχνικών προτύπων και προδιαγραφών για δημιουργία περιεχομένου που προορίζεται για διαδικτυακή μάθηση. Το SCORM ορίζει την επικοινωνία μεταξύ του ΨΕΠ και ενός συστήματος υποδοχής, που ονομάζεται "περιβάλλον χρόνου εκτέλεσης" (run-time environment), το οποίο συνήθως υποστηρίζεται από ένα Σύστημα Διαχείρισης Μάθησης. Επίσης, το SCORM καθορίζει πώς το περιεχόμενο μπορεί να είναι συσκευασμένο σε ένα μεταβιβάσιμο συμπιεσμένο αρχείο ZIP.

2.2. ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ ΚΑΙ ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

ΨΕΠ: Ψηφιακό Εκπαιδευτικό Περιεχόμενο (DEC - Digital Educational Content)

ΣΔΜ: Σύστημα Διαχείρισης Μάθησης (LMS - Learning Management System)

ΜΑ: Μαθησιακό Αντικείμενο (LO - Learning Object)

ΕΜΑ: Επαναχρησιμοποιήσιμο Μαθησιακό Αντικείμενο (RLO - Reusable Learning Object)

SCORM: Sharable Content Object Reference Model (Κοινόχρηστο Μοντέλο Αντικειμένου Αναφοράς Περιεχομένου)

2.3. ΨΗΦΙΑΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ (ΨΕΠ)

2.3.1. Γενικές πληροφορίες για το ΨΕΠ

Το Ψηφιακό Εκπαιδευτικό Περιεχόμενο (ΨΕΠ) αποτελεί ψηφιακό υλικό, το οποίο ετοιμάστηκε κατά παραγγελία, στοχεύοντας στην επίτευξη συγκεκριμένων μαθησιακών στόχων του Αναλυτικού Προγράμματος του Κυπριακού Εκπαιδευτικού Συστήματος. Η δημιουργία του ΨΕΠ εντάσσεται στο γενικότερο σχεδιασμό του ΥΠΠ για αξιοποίηση των σύγχρονων Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας (ΤΠΕ) στη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης. Συνολικά, έχουν ετοιμαστεί 641 μονάδες ΨΕΠ για 17 μαθήματα της Μέσης Γενικής και Μέσης Τεχνικής και Επαγγελματικής εκπαίδευσης. Συγκεκριμένα για το μάθημα των Μαθηματικών έχουν αναπτυχθεί 67 μονάδες ΨΕΠ (16 για το Α' έτος, 27 για το Β' έτος και 24 για το Γ' έτος).

Μια μονάδα ΨΕΠ αποτελείται από μια συλλογή Μαθησιακών Αντικειμένων (ΜΑ). Πολλά ΜΑ μαζί δημιουργούν μια υποενότητα. Για παράδειγμα, μια υποενότητα μπορεί να περιλαμβάνει διάφορους τύπους ΜΑ, όπως κείμενο, φωτογραφίες και δραστηριότητες αξιολόγησης. Πολλές υποενότητες δημιουργούν μια ενότητα που συνήθως έχει κοινή θεματολογία. Πολλές ενότητες δημιουργούν μια μονάδα ΨΕΠ. Οι στόχοι της κάθε μονάδας ΨΕΠ υλοποιούνται μέσα από αυτήν την ακολουθία των υποενοτήτων. Το πιο μικρό συστατικό στοιχείο μιας μονάδας ΨΕΠ είναι το Μαθησιακό Αντικείμενο (ΜΑ).

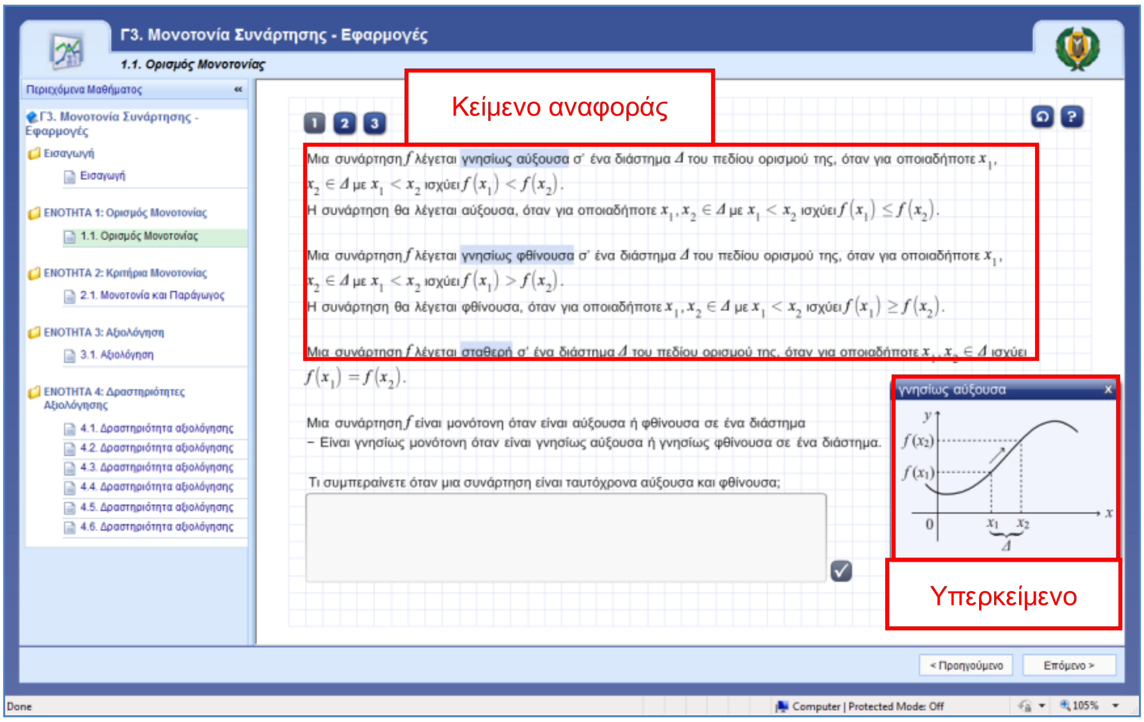
Εικόνα 1 – Δομή του ΨΕΠ

Οι μονάδες ΨΕΠ είναι διαθέσιμες σε δύο εκδόσεις, μέσω του ΣΔΜ στο Διαδίκτυο (online) μέσω της εκπαιδευτικής πλατφόρμας ΔΙΑ.Σ. (Διαδικτυακό Σχολείο) και μέσω της μη συνδεδεμένης έκδοσης (offline σε DVDs). Στην υποενότητα 2.3.3 περιγράφεται αναλυτικότερα πώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι μονάδες ΨΕΠ ανάλογα με την έκδοση.

2.3.2. Τύποι Μαθησιακών Αντικειμένων

- **Κείμενο (Text)**

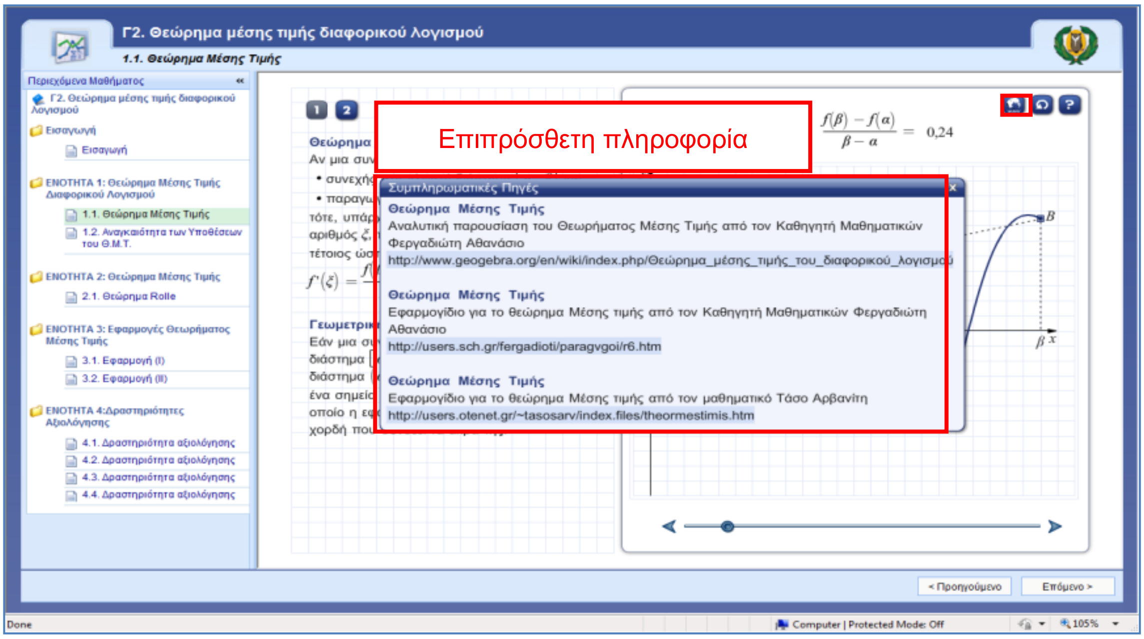
Με το κείμενο επιτυγχάνεται η παρουσίαση γνωστικού περιεχομένου και επιπρόσθετες επεξηγηματικές πληροφορίες που αποσκοπούν στην επίτευξη συγκεκριμένων μαθησιακών στόχων. Το κείμενο αποτελεί ξεχωριστό τύπο ΜΑ και ως κείμενο αναφοράς μπορεί να συνοδεύει ένα άλλο τύπο ΜΑ (π.χ. πολυμεσική παρουσίαση) ή μπορεί να πάρει τη μορφή υπερκειμένου (hypertext). Στην Εικόνα 2 φαίνονται οι περιοχές του κειμένου αναφοράς και του υπερκείμενου.



Εικόνα 2 – Κείμενο αναφοράς και υπερκείμενο

- **Επιπρόσθετες πληροφορίες (Additional sources/information)**

Οι ιστοσελίδες παραπέμπουν σε επιπρόσθετη πληροφόρηση στο Διαδίκτυο σχετικά με το θέμα στο οποίο αναφέρεται μια υποενότητα μιας μονάδας ΨΕΠ. Μέσω των ιστοσελίδων στο Διαδίκτυο, οι χρήστες έχουν πρόσβαση σε κατάλληλο εκπαιδευτικό υλικό που δίνει τη δυνατότητα να διασταυρώσουν πληροφορίες από διάφορες πηγές με σκοπό την επίτευξη των μαθησιακών στόχων. Για άνοιγμα των ιστοσελίδων που παραπέμπουν σε επιπρόσθετες πληροφορίες μέσω της μη συνδεδεμένης έκδοσης (offline), από DVD ή εξωτερικό σκληρό δίσκο, υπάρχουν ειδικές ρυθμίσεις (βλ. υποενότητα 3.1.4.). Στην Εικόνα 3 φαίνεται το παράθυρο με τους συνδέσμους που παραπέμπουν σε ιστοσελίδες με επιπρόσθετες πληροφορίες.

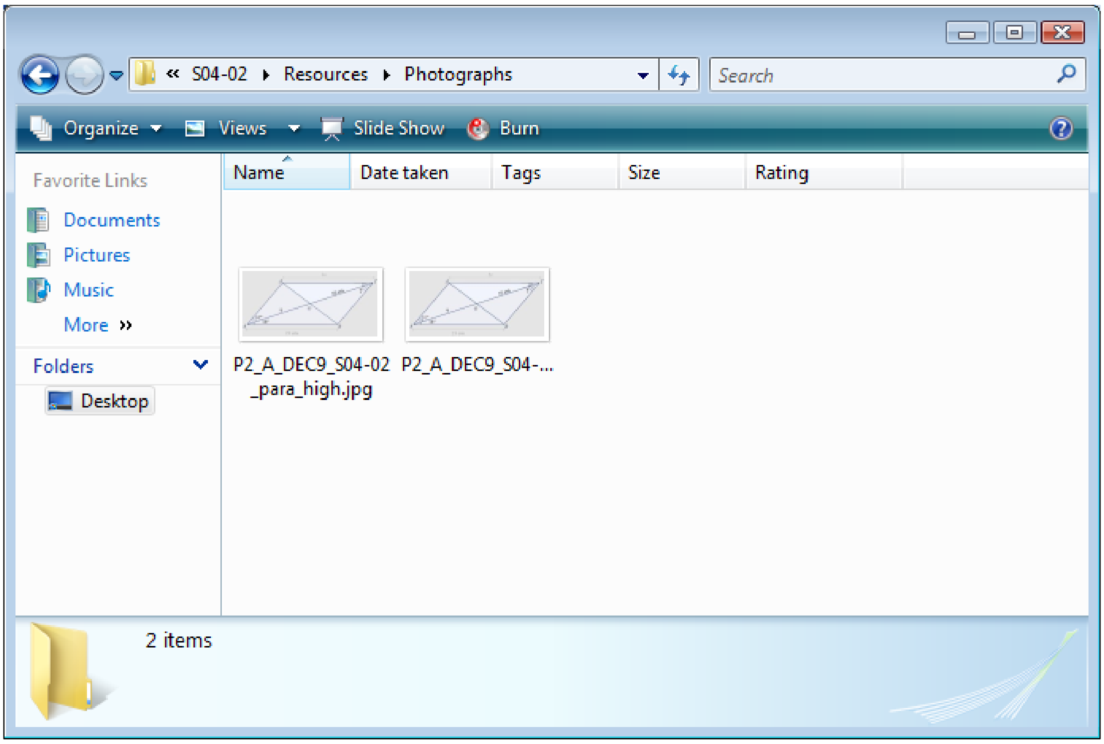


Εικόνα 3 – Επιπρόσθετες πληροφορίες (Ιστοσελίδα)

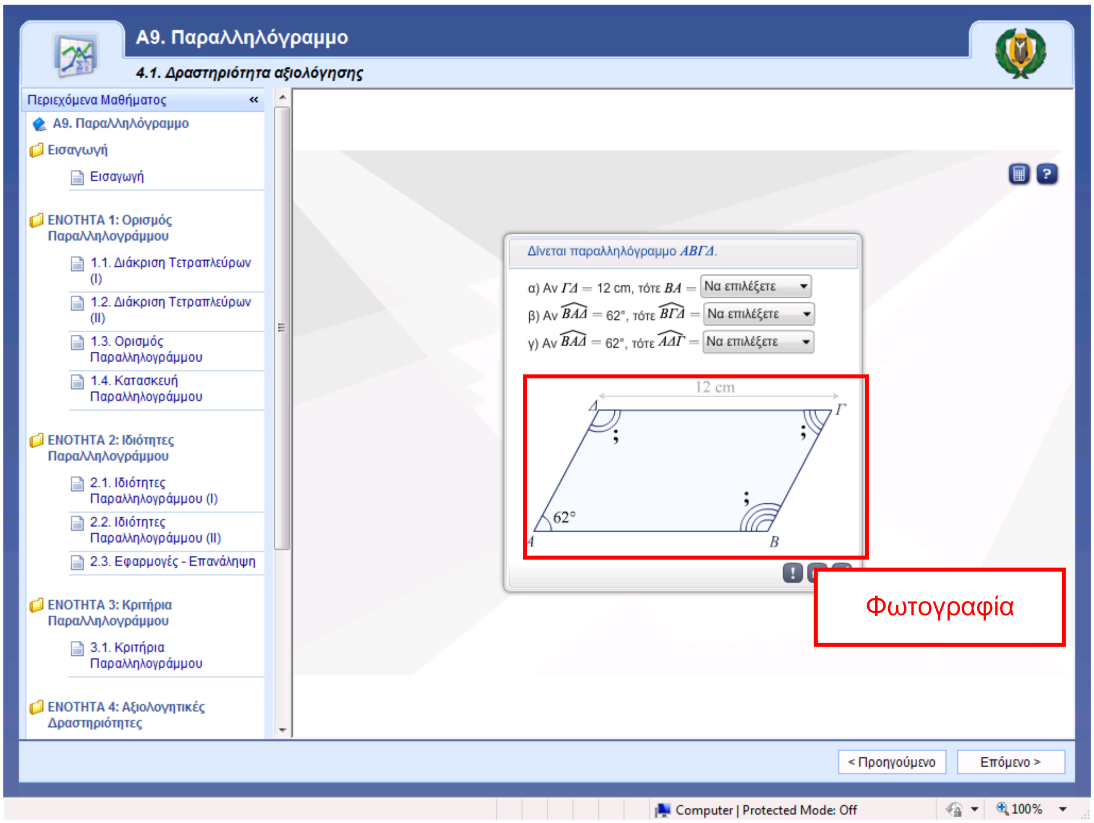
- **Φωτογραφίες (Photographs)**

Οι φωτογραφίες παρουσιάζουν οπτικό, ρεαλιστικό υλικό, το οποίο σχετίζεται με κάποιο θέμα και στοχεύει στην επίτευξη συγκεκριμένων μαθησιακών στόχων. Η κατηγορία αυτή περιλαμβάνει και εικόνες, όπως για παράδειγμα απεικονίσεις διαγραμμάτων/γραφημάτων (βλ. Εικόνα 5), εικόνες clip art και στιγμιότυπα οθόνης (screenshots).

Οι φωτογραφίες υπάρχουν συνήθως σε δύο εκδόσεις χαμηλής και υψηλής ανάλυσης στο φάκελο *Resources* της κάθε υποενότητας (βλ. Εικόνα 4).



Εικόνα 4 – Οι δύο εκδόσεις των φωτογραφιών (από DVD – offline)



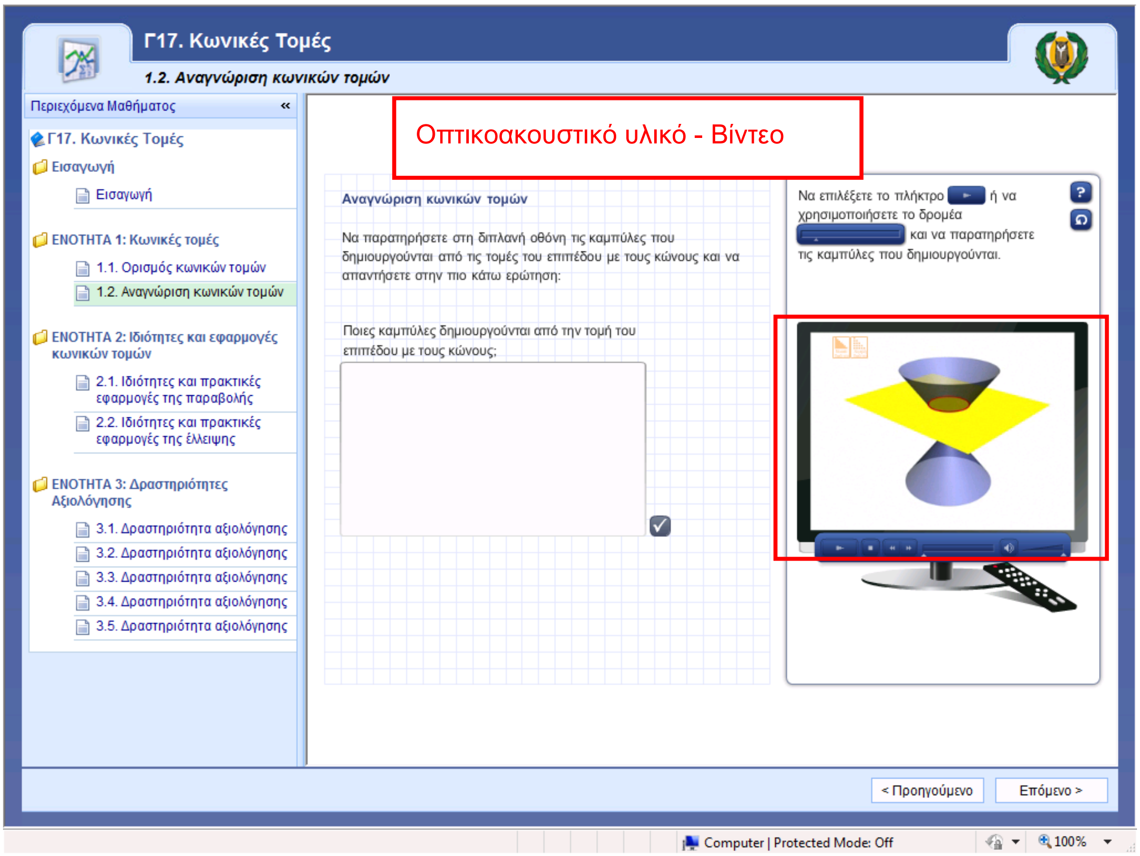
Εικόνα 5 – Φωτογραφίες

- **Σχεδιάγραμμα (Diagram)**

Το σχεδιάγραμμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την οπτική αναπαράσταση κάποιου συστήματος, διαδικασίας ή οργανισμού. Υποστηρίζει συγκεκριμένους στόχους και μπορεί να είναι στατικό ή διαδραστικό. Το στατικό σχεδιάγραμμα παρουσιάζεται στο χρήστη ως έχει, ενώ το διαδραστικό επιτρέπει στο χρήστη να παρέμβει και να κάνει επιλογές σε αυτό.

- **Οπτικοακουστικό υλικό - Βίντεο (Audiovisual)**

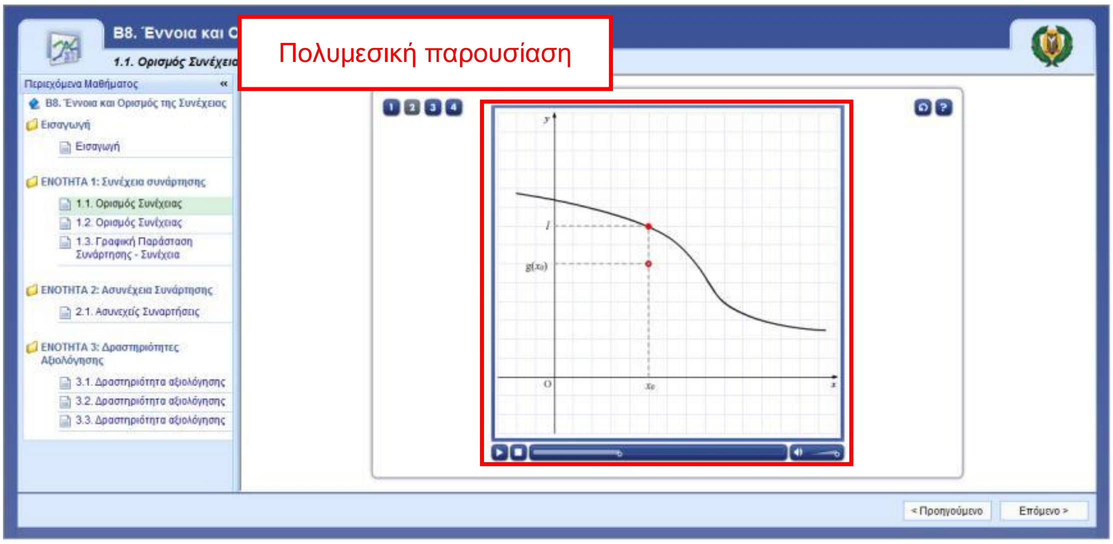
Το οπτικοακουστικό υλικό - βίντεο μπορεί να περιλαμβάνει πρωτογενές υλικό, οπτικογραφημένες συζητήσεις ή παρουσιάσεις σχετικά με κάποιο θέμα, οι οποίες σχετίζονται με συγκεκριμένους μαθησιακούς στόχους. Με τα κουμπιά χειρισμού που παρέχονται, ο χρήστης μπορεί ελέγξει τη ροή του βίντεο (π.χ. forward, stop, play), καθώς επίσης και να εμφανίσει τους υπότιτλους (subtitles) ή το σενάριο αφήγησης (transcript), όπου αυτά προσφέρονται.



Εικόνα 6 – Οπτικοακουστικό υλικό – Βίντεο

- **Πολυμεσική παρουσίαση (Animation)**

Πολυμεσική παρουσίαση είναι μια ακολουθία εικόνων υπό μορφή κινουμένων σχεδίων που, όταν παρουσιάζεται με συγκεκριμένη σειρά και ταχύτητα, παρουσιάζει μια ομαλά κινούμενη εικόνα.



Εικόνα 7 – Πολυμεσική παρουσίαση

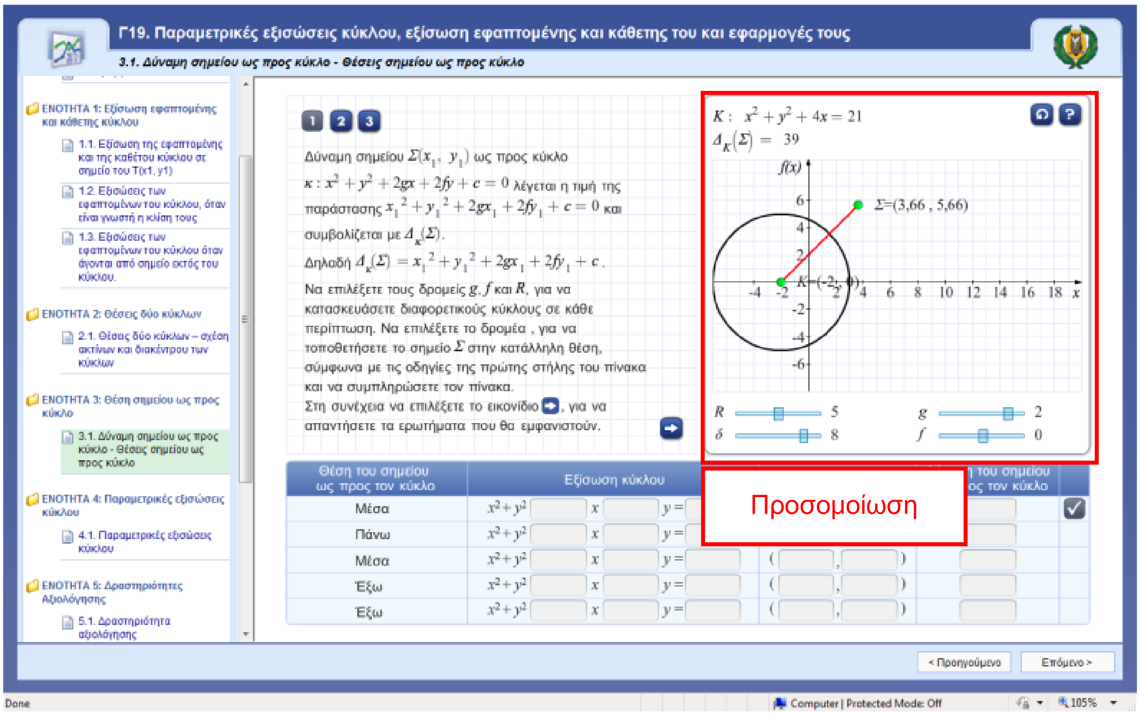
- **Προσομοίωση (Simulation)**

Η προσομοίωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πραγματοποίηση πειραμάτων με μοντέλα που αποσκοπούν στην κατανόηση της συμπεριφοράς κάποιου συστήματος, το οποίο αυτό δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί στην τάξη για διάφορους λόγους, όπως θέματα κόστους, τεχνικοί λόγοι (μικροσκοπικά ή μακροσκοπικά μοντέλα), κίνδυνοι κ.α. (π.χ. επίδραση υπερβολικής δόσης άλατος στο κυκλοφορικό σύστημα του ανθρώπινου οργανισμού).

Η προσομοίωση επιτρέπει στους μαθητές:

- την εξέταση υποθέσεων σχετικά με το πώς ή το γιατί συγκεκριμένα φαινόμενα συμβαίνουν σε ένα σύστημα.
- τον πλήρη έλεγχο του χρόνου. Έτσι είναι εφικτό να καταγραφεί μέσα σε μερικά δευτερόλεπτα η συμπεριφορά ενός συστήματος που λειτουργεί για μήνες ή χρόνια.
- την επιβράδυνση των φαινομένων προκειμένου να μελετηθούν.
- τη διεξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με το πώς λειτουργεί στην πραγματικότητα το μοντελοποιημένο σύστημα και ποιες μεταβλητές είναι οι πιο σημαντικές για την απόδοσή του.

- τον πειραματισμό με νέες και άγνωστες καταστάσεις ώστε οι μαθητές να απαντούν σε υποθετικά ερωτήματα.



Εικόνα 8 – Προσομοίωση

<u>Διαφορά πολυμεσικής παρουσίασης - προσομοίωσης</u>

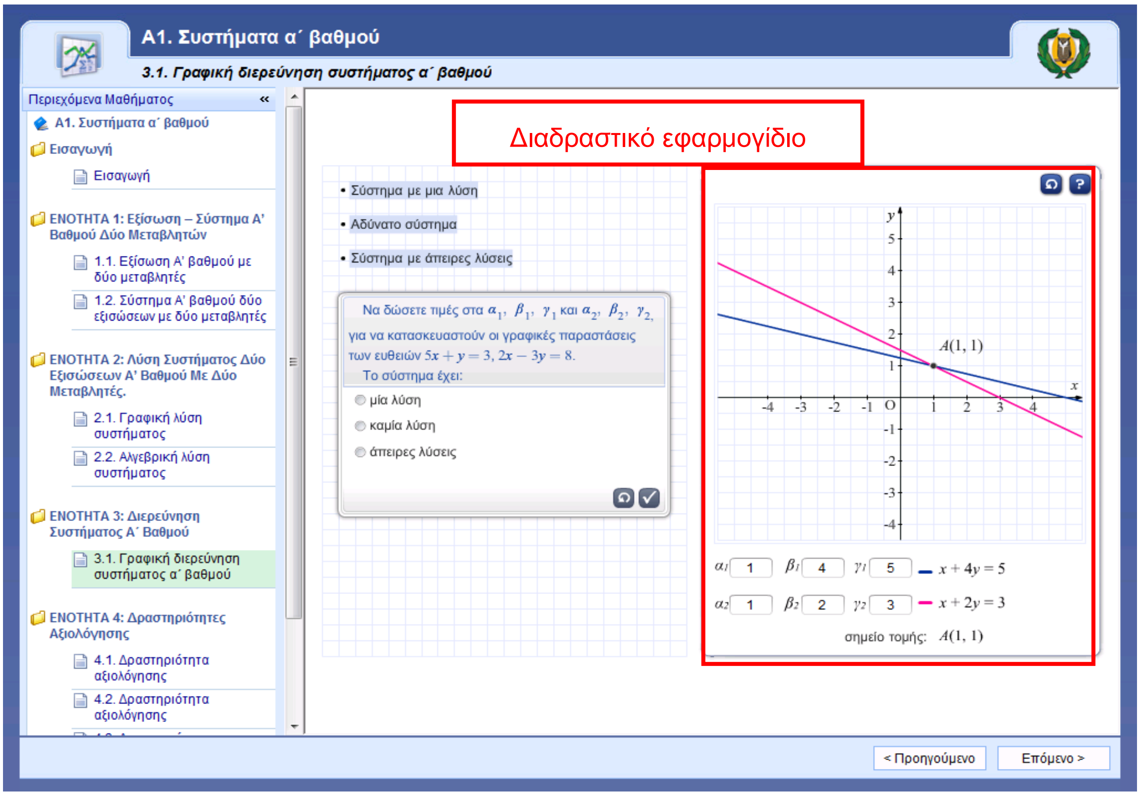
Η διαφορά μεταξύ της πολυμεσικής παρουσίασης και της προσομοίωσης είναι ότι στην πολυμεσική παρουσίαση ο χρήστης δεν μπορεί να αλλάξει καμία μεταβλητή για να δει πώς επηρεάζει την έκβαση των αποτελεσμάτων που μελετά, σε αντίθεση με την προσομοίωση.

Η πολυμεσική παρουσίαση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παρουσίαση πειραμάτων και καταστάσεων που αποσκοπούν στην κατανόηση της συμπεριφοράς κάποιου συστήματος, το οποίο αυτό δεν μπορεί να παρουσιαστεί στην τάξη με άλλο τρόπο (π.χ. βίντεο, εικόνες).

- **Διαδραστικό εφαρμογίδιο (Applet)**

Το διαδραστικό εφαρμογίδιο είναι ένα μικρό πρόγραμμα, συνήθως γραμμένο στη γλώσσα προγραμματισμού Java, που επιτρέπει στο χρήστη να μεταβάλει κάποια παράμετρο και να παρατηρήσει κάποιο αποτέλεσμα. Τόσο το διαδραστικό εφαρμογίδιο (applet), όσο και η προσομοίωση (simulation) επιτρέπουν τη διάδραση μεταξύ μαθητή και ΜΑ. Η διαφορά τους έγκειται στο ότι η προσομοίωση δίνει τη δυνατότητα χειρισμού και αλλαγής <u>πολλαπλών</u>

μεταβλητών και την παρακολούθηση του πώς μεταβάλλεται το αποτέλεσμα ή το φαινόμενο. Στην περίπτωση του διαδραστικού εφαρμογιδίου (applet) δεν υπάρχει αυτή δυνατότητα. Χειρίζεται μεν ο χρήστης μια μεταβλητή ή έναν παράγοντα στο ΜΑ, όμως δεν υπάρχει η πολυπλοκότητα και η ύπαρξη πολλαπλών μεταβλητών που υπάρχει στην προσομοίωση.



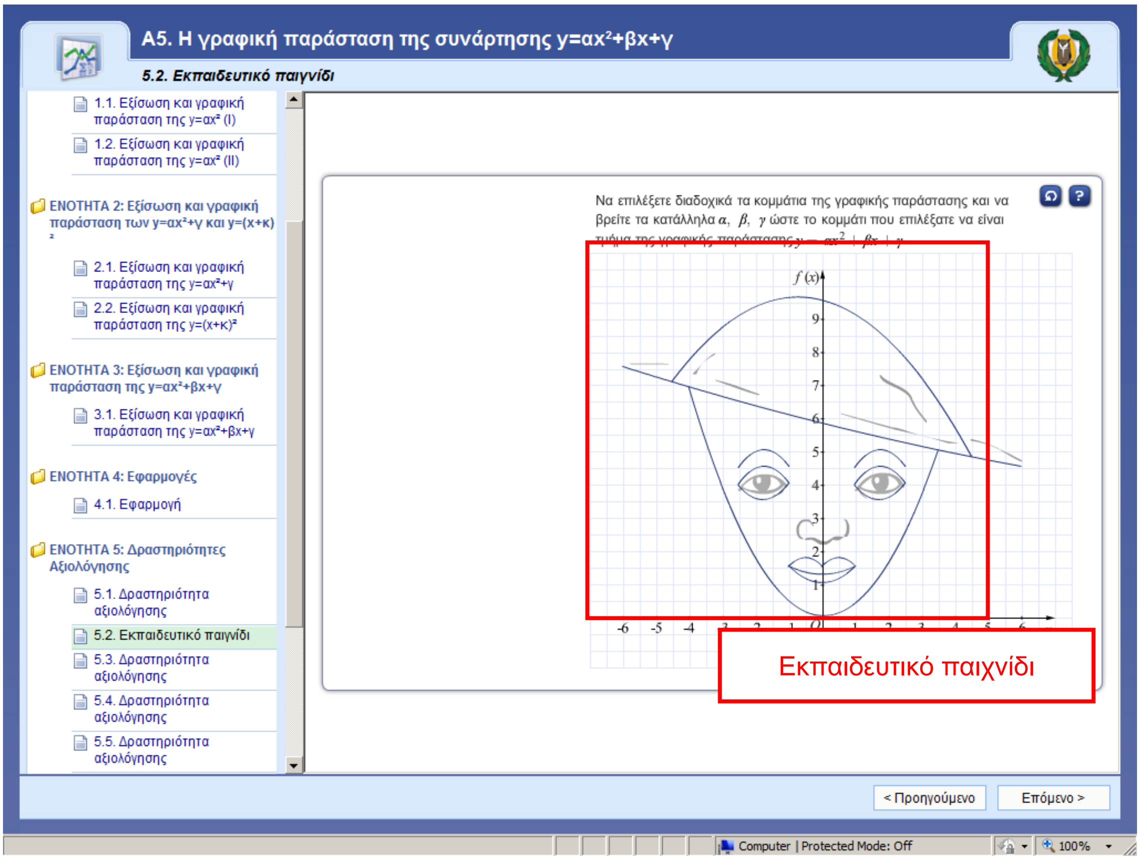
Εικόνα 9 – Διαδραστικό εφαρμογίδιο (applet)

- **Λύση προβλήματος (Problem Solving)**

Η λύση προβλήματος είναι μια δραστηριότητα, όπου ο μαθητής καλείται να επιλύσει ένα πρόβλημα, είτε μόνος του είτε σε συνεργασία με τους συμμαθητές του. Οι δραστηριότητες λύσης προβλήματος συνήθως περιλαμβάνουν στάδια αναπαράστασης μιας κατάστασης και των δεδομένων και συλλογής και επεξεργασίας πληροφοριών ώστε να αναπτυχθεί σταδιακά μια λύση.

- **Εκπαιδευτικό παιχνίδι (Educational game)**

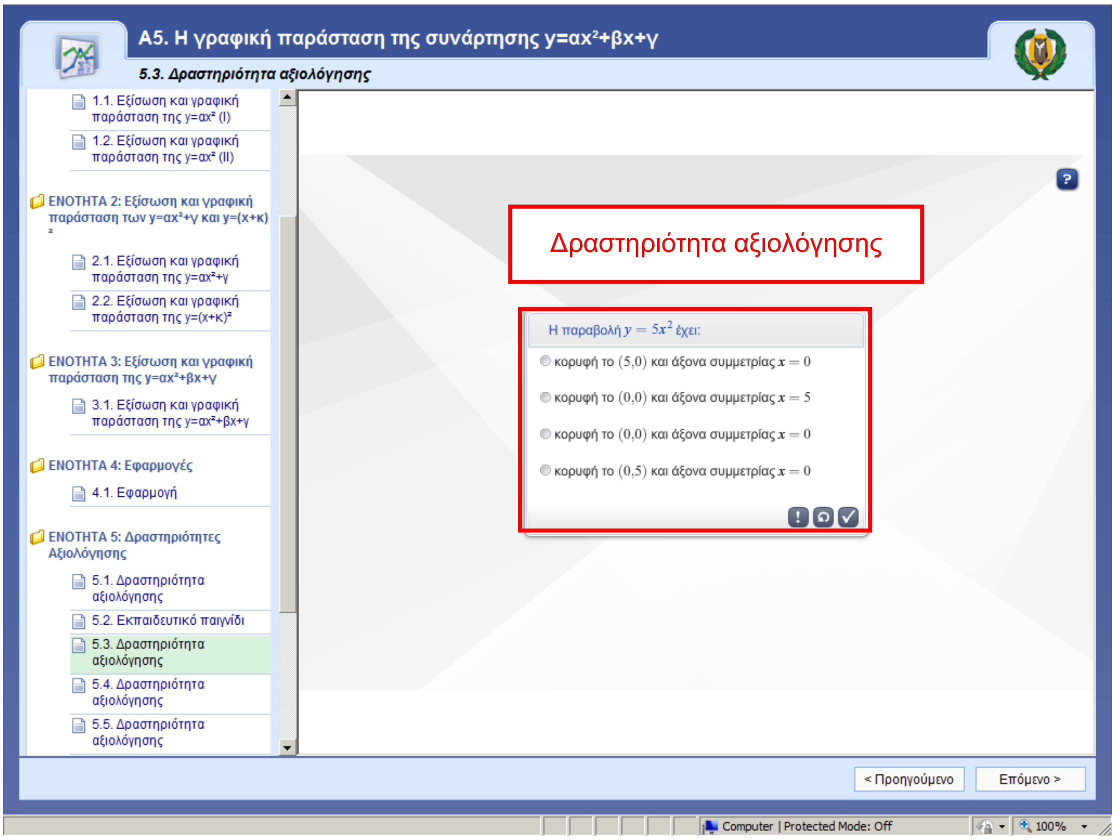
Τα εκπαιδευτικά παιχνίδια αποτελούν μια εναλλακτική μορφή ηλεκτρονικής μάθησης και στοχεύουν στην επίτευξη μαθησιακών στόχων. Η μάθηση μέσω παιχνιδιού μεταφράζεται σε απόκτηση νέας γνώσης, μεταφορά της μάθησης, ανάπτυξη διανοητικών δεξιοτήτων - δημιουργία στρατηγικών επίλυσης προβλήματος - και ανάπτυξη συμπεριφοράς και στάσεων.



Εικόνα 10 – Εκπαιδευτικό παιχνίδι

- **Δραστηριότητες αξιολόγησης (Evaluation Activities)**

Η αξιολόγηση μπορεί να επιτευχθεί μέσω ενός ΜΑ, όπως η προσομοίωση, η λύση προβλήματος και το εκπαιδευτικό παιγνίδι ή με διάφορες ασκήσεις που περιλαμβάνουν δραστηριότητες πολλαπλής επιλογής, ορθό – λάθος, συμπλήρωση κενών, αντιστοίχισης και ερωτήσεις κλειστού και ανοικτού τύπου. Στις δραστηριότητες αξιολόγησης παρέχεται δομημένη ανατροφοδότηση με υποδείξεις στο μαθητή ή σχετικές παραπομπές σε συγκεκριμένες υποενότητες όπου μπορούν να ανατρέξουν για τη σωστή απάντηση.



Εικόνα 11 – Δραστηριότητα αξιολόγησης

2.3.3. Χρησιμοποιώντας το ΨΕΠ

Η δημιουργία του ΨΕΠ στοχεύει στην παιδαγωγική αξιοποίηση των σύγχρονων Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας (ΤΠΕ) για την ποιοτική αναβάθμιση της διδασκαλίας και της μάθησης. Σημειώνεται ότι το ΨΕΠ προσφέρεται να χρησιμοποιηθεί ως υποστηρικτικό και συμπληρωματικό εκπαιδευτικό υλικό για το μάθημα για το οποίο προορίζεται. Αναμένεται ότι μέσω του ΨΕΠ, οι εκπαιδευτικοί θα επιλέγουν θέματα και υλικό που να ανταποκρίνονται στα ενδιαφέροντα, ανάγκες και δυνατότητες των μαθητών τους με σκοπό την υποστήριξη της μαθησιακής διαδικασίας.

Το ΨΕΠ δεν περιλαμβάνει μια πλήρη σειρά αναπτυγμένων μαθημάτων προς εφαρμογή ούτε και καλύπτει όλο το φάσμα της ύλης των Αναλυτικών Προγραμμάτων. Είναι σημαντικό, όμως, να τονισθεί ότι αρκετές μονάδες ΨΕΠ, λόγω της οικοδομιστικής τους φύσης, μπορεί να περιλαμβάνουν μία ακολουθία δραστηριοτήτων, η οποία θα πρέπει να υλοποιηθεί στην ολότητά της για να επιτευχθούν οι στόχοι μιας μονάδας ΨΕΠ και να προκύψουν τα επιδιωκόμενα μαθησιακά αποτελέσματα.

Επίσης, το ΨΕΠ μέσω του Συστήματος Διαχείρησης Μάθησης (LMS) δίνει τη δυνατότητα στον εκπαιδευτικό να επιλέξει και να συνδυάσει διάφορα Μαθησιακά Αντικείμενα (ΜΑ) από διάφορες μονάδες ΨΕΠ για να δημιουργήσει το διδακτικό υλικό που χρειάζεται για τους σκοπούς της διδασκαλίας του. Για αυτό το λόγο τα ΜΑ χαρακτηρίζονται ως «επαναχρησιμοποιήσιμα» (Reusable Learning Objects). Με αυτό τον τρόπο το ΨΕΠ προσαρμόζεται στα δεδομένα των εκάστοτε μαθητών.

Ένα άλλο βασικό σημείο που αφορά στην ενσωμάτωση του ΨΕΠ στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης είναι οι τεχνολογικοί πόροι που έχει στη διάθεσή του ο εκπαιδευτικός. Ουσιαστικά, ο αριθμός των ηλεκτρονικών υπολογιστών που έχει στη διάθεσή του ένας εκπαιδευτικός είναι ο καθοριστικότερος παράγοντας ως προς τον τρόπο χρήσης του ΨΕΠ. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση που ένας εκπαιδευτικός έχει στη διάθεσή του ένα πολύ μικρό αριθμό ηλεκτρονικών υπολογιστών (1-3), τότε μπορεί να παρουσιάσει το υλικό του ΨΕΠ στην ολομέλεια της τάξης μέσα από επίδειξη, χρησιμοποιώντας έναν από τους διαθέσιμους ηλεκτρονικούς υπολογιστές και ένα βιντεοπροβολέα. Στην περίπτωση που οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες και έχουν στη διάθεσή τους πολλαπλούς σταθμούς εργασίας, θα μπορούσε κάποιος ή κάποιοι από αυτούς τους σταθμούς να περιλαμβάνουν τη χρήση του ΨΕΠ.

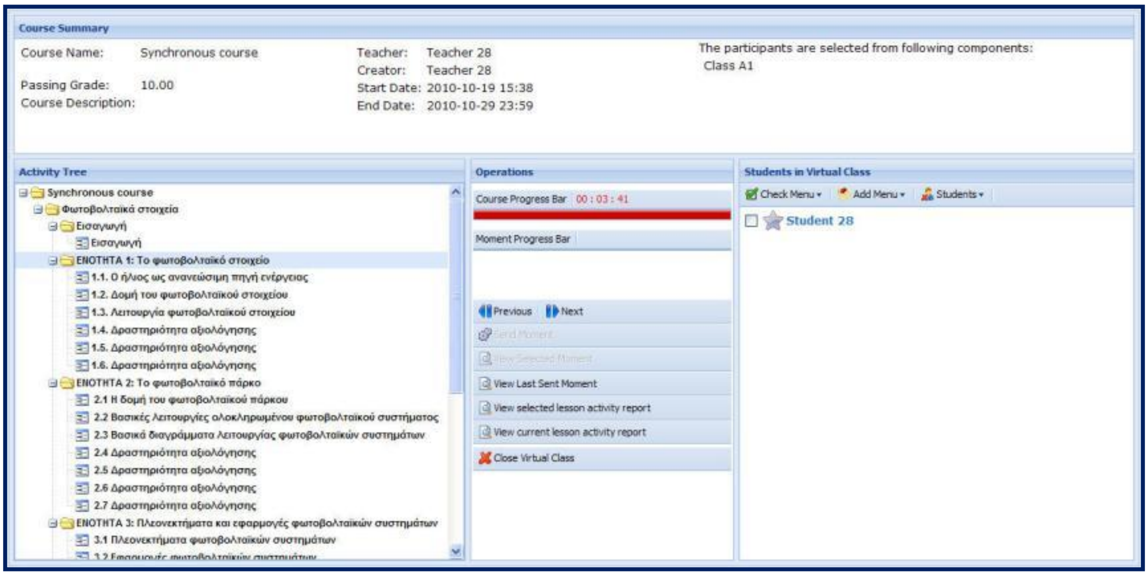
Στην περίπτωση όπου υπάρχουν περισσότεροι ηλεκτρονικοί υπολογιστές στη διάθεση του εκπαιδευτικού και των μαθητών, είτε αυτοί υπάρχουν στο σχολείο σε ειδικές αίθουσες/ εργαστήρια, είτε στα σπίτια των μαθητών, τότε όλοι οι μαθητές θα μπορούσαν να ασχοληθούν με μια ενότητα ΨΕΠ. Αυτό θα μπορούσε να γίνει μέσα από *σύγχρονες* ή *ασύγχρονες* διαδικασίες ως ακολούθως:

<u>Σύγχρονη διαδικασία – Εικονική Αίθουσα Διδασκαλίας</u>

Κατά τη *σύγχρονη* διαδικασία (synchronous learning mode), ο εκπαιδευτικός και οι μαθητές εργάζονται στην *Εικονική Αίθουσα Διδασκαλίας* στην οποία έχουν πρόσβαση μέσω του Συστήματος Διαχείρισης Μάθησης (ΣΔΜ). *Η Εικονική Αίθουσα Διδασκαλίας* παρέχει συγχρονισμένη διδασκαλία καθοδηγούμενη από τον εκπαιδευτικό, με τη χρήση της SCORM έκδοσης των πακέτων ΨΕΠ.

Αυτή η μέθοδος διδασκαλίας είναι παρόμοια με την παραδοσιακή μέθοδο, όπου ο εκπαιδευτικός διδάσκει μια ομάδα μαθητών τις ίδιες έννοιες συγχρονισμένα, ορίζοντας ο ίδιος την ακριβή πορεία του μαθήματος και την ακολουθία των δραστηριοτήτων.

Μέσα στην *Εικονική Αίθουσα Διδασκαλίας*, από τη διεπαφή του μαθητή, λείπουν οι δυνατότητες πλοήγησης, ενώ στη διεπαφή του εκπαιδευτικού υπάρχουν όλες οι δυνατότητες πλοήγησης καθώς και η λίστα με τους συνδεδεμένους μαθητές.



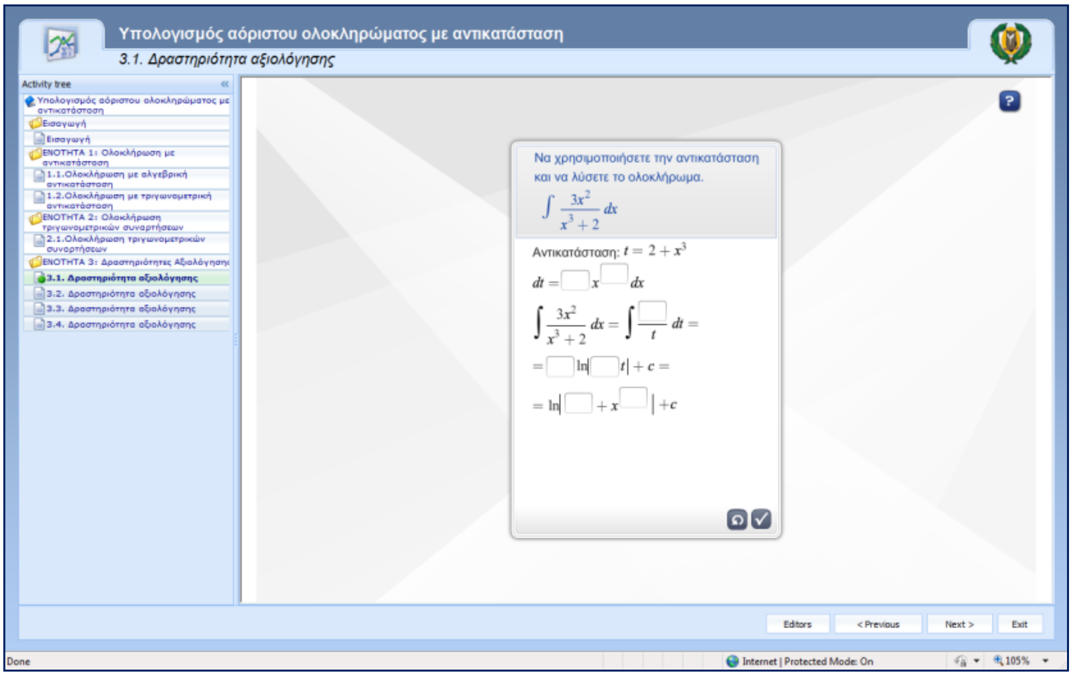
Εικόνα 12 – Διεπαφή εκπαιδευτικού στην Εικονική Αίθουσα Διδασκαλίας

Ασύγχρονη διαδικασία

Η ασύγχρονη μέθοδος συνίσταται κυρίως σε διαδικασία κατά την οποία ο μαθητής εξερευνά το ΨΕΠ ακολουθώντας το δικό του ρυθμό μάθησης και επιλέγοντας μόνος του τις δραστηριότητες στις οποίες θέλει να εμπλακεί. Η ασύγχρονη μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί με δύο τρόπους:

Μέσω του Συστήματος Διαχείρισης Μάθησης: Ο μαθητής χρησιμοποιώντας τον αναπαραγωγέα SCORM του ΣΔΜ (SCORM Lesson Player, βλ. Εικόνα 13) μπορεί να εξερευνήσει το ΨΕΠ ακολουθώντας τη δική του πορεία, τόσο στο χώρο της τάξης όσο και στο σπίτι εφόσον έχει πρόσβαση στο Διαδίκτυο.

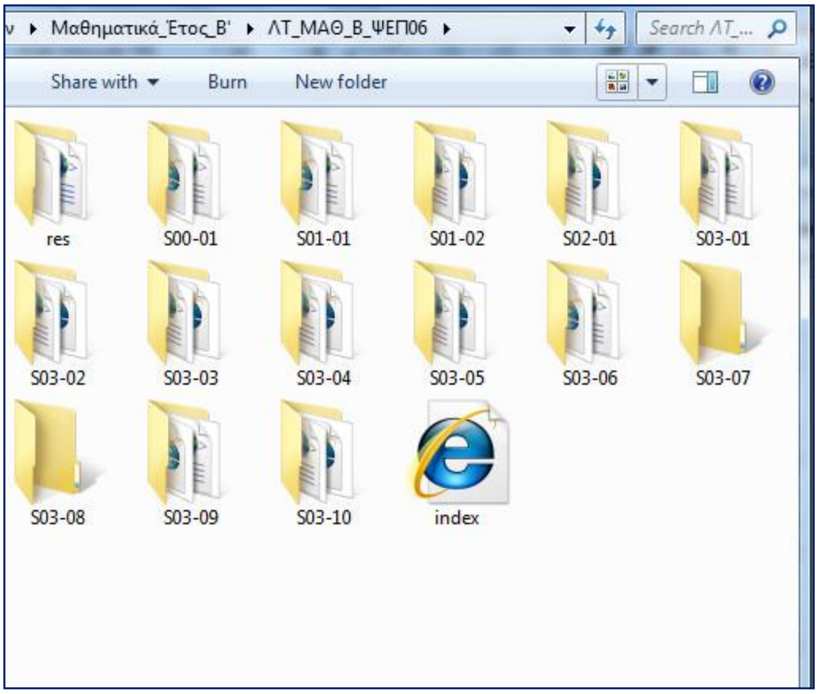
Η πλοήγηση γίνεται μέσω του αναπαραγωγέα SCORM, όπως περιγράφεται στο κεφάλαιο 3.1.3. (Πλοήγηση Περιεχομένου).



Εικόνα 13 – Διεπαφή αναπαραγωγέα SCORM

Μέσω της μη συνδεδεμένης μορφής (offline) με τη χρήση DVDs: Η μη συνδεδεμένη κατάσταση λειτουργίας (offline) επιτρέπει στο μαθητή να χρησιμοποιήσει το ΨΕΠ οπουδήποτε, οποιαδήποτε ώρα, ανεξαρτήτως της διαθεσιμότητας σύνδεσης στο Διαδίκτυο.

Ο χρήστης μπορεί να πλοηγηθεί στο περιεχόμενο επιλέγοντας το αρχείο με το όνομα *index.html* στο φάκελο όπου περιέχεται η κάθε μονάδα ΨΕΠ, είτε βρίσκεται αποθηκευμένο τοπικά στο σκληρό δίσκο του υπολογιστή, είτε βρίσκεται αποθηκευμένο σε άλλες εξωτερικές πηγές (CD, DVD, USB, εξωτερικούς σκληρούς δίσκους κ.α.). Στην Εικόνα 14 φαίνεται το αρχείο *index.html* στο φάκελο μιας μονάδας ΨΕΠ, το οποίο θα πρέπει να επιλεγεί (double click) για να παρουσιαστεί η μονάδα ΨΕΠ μέσω του φυλλομετρητή διαδικτύου (Internet browser). Η διαφορά στη χρήση της μη συνδεδεμένης έκδοσης (offline) του ΨΕΠ σε σχέση με τη χρήση μέσω του ΣΔΜ είναι ότι στην πρώτη περίπτωση δεν καταχωρούνται στο ΣΔΜ οι απαντήσεις των χρηστών στις διάφορες δραστηριότητες, ούτε μπορεί ο μαθητής και ο εκπαιδευτικός να παρακολουθήσει λεπτομερή αναφορά σχετικά με την πορεία ολοκλήρωσης δραστηριοτήτων σε μια μονάδα ΨΕΠ.



Εικόνα 14 – Περιεχόμενο μονάδας ΨΕΠ και επιλογή αρχείου index.html

2.3.4. Προστιθέμενη αξία του ΨΕΠ στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης

Η χρήση των Μαθησιακών Αντικειμένων (ΜΑ) στο ΨΕΠ μπορεί να υποστηρίξει τη διδασκαλία και τη μάθηση με πολλαπλούς τρόπους. Λόγω της πολυμεσικής και διαδραστικής τους φύσης εμπλέκει περισσότερες αισθήσεις στη μάθηση και διευκολύνει την κατανόηση/διασαφήνιση αφηρημένων ή δυσνόητων εννοιών, φαινομένων, διαδικασιών, καθώς και την απεικόνιση πολύπλοκων σχέσεων.

Ορισμένα από τα γενικά πλεονεκτήματα του ΨΕΠ συνοψίζονται πιο κάτω:

- Διεγείρουν το ενδιαφέρον των μαθητών αφού συνδυάζουν πολυμέσα (κείμενο, διαγράμματα, εικόνες, ήχο).
- Συγκεντρώνουν και διατηρούν την προσοχή.
- Δημιουργούν σαφείς παραστάσεις ιδίως όταν απεικονίζουν ή αναπαριστούν δύσκολες και αφηρημένες έννοιες ή διαδικασίες.
- Συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση του μαθήματος αφού συνδυάζουν διάφορους τρόπους παρουσίασης και επεξεργασίας των εννοιών (π.χ. λεκτική και εικονική περιγραφή).

- Εξοικονομούν πολύτιμο χρόνο και βοηθούν τον εκπαιδευτικό να οργανώσει καλύτερα τη διδασκαλία.
- Προάγουν την ενεργότερη εμπλοκή των μαθητών στη μαθησιακή διαδικασία και βοηθούν στην εξατομίκευση της διδασκαλίας.
- Κάνουν τη διδασκαλία επίκαιρη και επικοινωνιακή αφού είναι δυνατόν να ενσωματώνουν στοιχεία από την καθημερινή ζωή. Ως εκ τούτου, οι υπό έμφαση γνώσεις εκσυγχρονίζονται και συνδέονται με πράξεις της καθημερινής ζωής.
- Διευκολύνουν τη διδασκαλία και τη μάθηση με την προϋπόθεση ότι οι δραστηριότητες διαβαθμίζονται σε μια ιεραρχημένη πορεία και η επιλογή των μέσων και του εποπτικού υλικού εξυπηρετεί τους διδακτικούς στόχους που έχουν τεθεί.

2.4. Η ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΒΑΣΗ ΤΟΥ ΨΕΠ

2.4.1. Θεωρίες μάθησης

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, η ανάπτυξη του ΨΕΠ στηρίχθηκε σε μεγάλο βαθμό στη θεωρία μάθησης του οικοδομισμού και της εξέλιξής του, του κοινωνικού οικοδομισμού. Η οικοδομιστική διδασκαλία θέτει ως αφετηρία της τις ίδιες τις αρχικές ιδέες των μαθητών και επιδιώκει την παραγωγική αξιοποίησή τους, όπου είναι εφικτό, ώστε να λειτουργήσουν ως βάση για περαιτέρω εννοιολογική επεξεργασία μέσα από την προσαρμογή, επεξεργασία και αναθεώρησή τους με στόχο τη βελτίωση της δυνατότητάς τους για συνεπείς ερμηνείες και προβλέψεις σε σχέση με τα υπό μελέτη φαινόμενα (Martin, 2003).

Μια πρόσθετη ιδέα που προκύπτει από τον κοινωνικό οικοδομισμό είναι ότι η μάθηση αποτελεί μια διαδικασία κοινωνικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των μανθανόντων και όχι μια ατομική διαδικασία (Jonassen, 1994). Το άτομο, μέσα από τη συνεργασία του με άλλα άτομα, αναπτύσσει ικανότητες και δεξιότητες που διαφορετικά θα βρίσκονταν σε λανθάνουσα κατάσταση εξέλιξης. Η νοητική ανάπτυξη είναι μια διαδικασία άρρηκτα συνδεδεμένη με την ιστορική διάσταση και το πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο συντελείται. Κατά συνέπεια καμιά μαθησιακή Δραστηριότητα δεν μπορεί να περιγραφεί ανεξάρτητα από το κοινωνικό, ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο διαδραματίζεται. Ο κοινωνικός οικοδομισμός προέκυψε από τη θεωρία του Vygotsky (π.χ. 1978) και τις εργασίες των υποστηρικτών του (π.χ. Cole & Bmner, 1971; Lave, 1988; Rogoff, 1990; Wertsch, 1991). Γι' αυτούς, οποιαδήποτε μαθησιακή εμπειρία διαδραματίζεται στα πλαίσια μιας κοινωνικής διαδικασίας, στην οποία η γνώση διαχέεται και κατανέμεται στα εμπλεκόμενα μέλη, και στην οποία η κατανόηση πρώτα εκφράζεται λεκτικά μεταξύ των μαθητών και κατόπιν αναπτύσσεται από τον καθένα ως μια εσωτερική διαδικασία. Ο κοινωνικός οικοδομισμός δίνει έμφαση στην επίδραση που ασκεί στη μάθηση η συνεργασία, το κοινωνικό περιεχόμενο και η διαχείριση της σκέψης και της μάθησης. Κεντρική έννοια στον κοινωνικό οικοδομισμό είναι η συνεργατική μάθηση (Martin, 2003).

Οι βασικές αρχές της οικοδομιστικής θεωρίας μάθησης προωθούνται στο ΨΕΠ μέσα από πέντε διδακτικές προσεγγίσεις: τη Διερευνητική Μάθηση (Discovery Learning), την Προβληματοκεντρική Μάθηση (Problem-Based Learning), την προκαθορισμένη πορεία δραστηριοτήτων για οικοδόμηση γνώσης (Constructivist-basedactivities), τη συνεργατική οικοδομιστική διδασκαλία (Socio-constructivism) και τη διερώτηση (Inquiry). Το περιεχόμενο της κάθε μονάδας ΨΕΠ, ο τρόπος με τον οποίο δομείται, το είδος των δραστηριοτήτων αξιολόγησης που περιλαμβάνει και ο ρόλος του μαθητή και του εκπαιδευτικού οριοθετούνται από τη φιλοσοφία και το σκεπτικό που διέπουν την κάθε διδακτική προσέγγιση σε συνδυασμό με τις οικοδομιστικές αρχές μάθησης. Έτσι, παρόλο που οι πέντε διδακτικές προσεγγίσεις συζητούνται ανεξάρτητα μεταξύ τους σε χωριστές ενότητες είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι παρουσιάζουν σημαντικές επικαλύψεις αφού ενστερνίζονται κοινές αρχές, όπως η ενεργητική εμπλοκή των μαθητών και η αντίληψη της γνώσης ως οικοδόμημα που αναπτύσσουν οι ίδιοι οι μαθητές.

2.4.2. Διδακτικές Προσεγγίσεις του ΨΕΠ

2.4.2.1. Διερευνητική μάθηση (discovery learning)

Η διερευνητική μάθηση ως μέθοδος διδασκαλίας προέκυψε τη δεκαετία του 1970 μετά τη διαπίστωση της αποτυχίας του μοντέλου της μετάδοσης της γνώσης με τη χρήση εγκυκλοπαιδικών εγχειριδίων. Η διερευνητική μάθηση έχει τις ρίζες της στην Ψυχολογία της Gestalt, κύριος εμπνευστής της οποίας ήταν ο Bruner, ο οποίος υποστήριξε ότι η μάθηση είναι μία εμπειρική διαδικασία. Με βάση την αντίληψη αυτή οι μαθητές εργάζονται με πραγματικά υλικά με στόχο την ανάπτυξη των επιδιωκόμενων ιδεών και εννοιών.

Επιχειρήματα υπέρ της διερευνητικής μάθησης εντοπίζονται και στη δουλειά του Piaget (1970), ο οποίος υποστήριξε πως κάθε φορά που κάποιος διδάσκει πρόωρα ένα παιδί κάτι το οποίο το ίδιο το παιδί θα μπορούσε να ανακαλύψει μόνο του, του στερεί τη δυνατότητα της ανακάλυψης και επομένως περιορίζει την πιθανότητα για πραγματική κατανόηση. Ακόμη, έχει υποστηριχθεί πως μαθητές οι οποίοι ανακαλύπτουν τη γνώση μόνοι τους είναι πιο πιθανόν να επεκτείνουν τη γνώση αυτή, ενώ μαθητές που έχουν διδαχθεί την ίδια αυτή γνώση μέσα από μια κατά μέτωπο διδασκαλία δεν μπορούν να το επιτύχουν αυτό (Bredderman, 1983; McDaniel&Schlager, 1990; Schauble, 1996; Stohr-Hunt, 1996). Βασική αρχή, στην οποία εδράζεται αυτή η διδακτική προσέγγιση, είναι η ίδια η διερεύνηση (διεξαγωγή έρευνας). Η διερεύνηση περιλαμβάνει τη διατύπωση μίας ερώτησης ή υπόθεσης, τον ερευνητικό σχεδιασμό και την υλοποίησή του (π.χ. σχεδιασμός και εκτέλεση πειράματος), τη συλλογή δεδομένων, την ανάλυσή τους, και τέλος, την εξαγωγή συμπερασμάτων (DeJongand Van Joolingen, 1998).

Ο βαθμός εμπλοκής των μαθητών και ο ρόλος του εκπαιδευτικού καθορίζεται από το βαθμό καθοδήγησης που παρέχεται. Για παράδειγμα, μια κλειστού τύπου διερεύνηση είναι πλήρως καθοδηγούμενη από τον εκπαιδευτικό και περιορίζει την εμπλοκή των μαθητών στα πλαίσια μίας σειράς από οδηγίες που θα πρέπει να ακολουθήσουν, ώστε να καταλήξουν σε κάποιο συμπέρασμα. Μία ανοικτού τύπου διερεύνηση μεταφέρει όλο το «βάρος» της διερεύνησης (διατύπωση ερώτησης ή υπόθεσης, ερευνητικό σχεδιασμό και την εκτέλεσή του, συλλογή δεδομένων και ανάλυσή τους, εξαγωγή συμπερασμάτων) στο μαθητή και προσδίδει στον εκπαιδευτικό το ρόλο του συντονιστή.

2.4.2.2. Προβληματοκεντρική μάθηση (problem-based learning)

Η Προβληματοκεντρική Μάθηση (ΠΜ) εισάγει μια διαφορετική διάσταση στο χώρο των εκπαιδευτικών μεθόδων. Ένα τυπικό μάθημα οργανωμένο σύμφωνα με την ΠΜ, έχει ως σημείο αφετηρίας την παρουσίαση ενός σύνθετου προβλήματος ή ενός ερωτήματος (Driving Question) που οριοθετεί τα πλαίσια της διδακτικής παρέμβασης του μαθήματος. Το πρόβλημα ή το ερώτημα μπορεί να προέρχεται τόσο από τον εκπαιδευτικό όσο και από το μαθητή. Ανεξάρτητα από το ποιος επιλέγει το πρόβλημα, είναι σημαντικό το πρόβλημα να είναι άμεσα συνδεδεμένο με την καθημερινή ζωή, τις εμπειρίες και τα ενδιαφέροντα των μαθητών και να αποφεύγεται η παρουσίασή του στο πλαίσιο αφηρημένων καταστάσεων που βρίσκονται σε απόσταση από την καθημερινή ζωή και τις εμπειρίες των μαθητών (decontextualised), όπως συμβαίνει συνήθως σε παραδοσιακά διδακτικά εγχειρίδια. Επιπρόσθετα, το πρόβλημα ή το ερώτημα πρέπει να είναι τέτοιας μορφής που να εμπλέκει τους μαθητές σε μια εκτεταμένη μαθησιακή διαδικασία επίλυσης του προβλήματος ή απάντησης του ερωτήματος (Torp and Sage, 1998).

Αφού καθοριστεί το πρόβλημα ή το ερώτημα, ακολουθεί συζήτηση μεταξύ των μαθητών σχετικά με τη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος ή απάντησης του ερωτήματος, στηριζόμενοι πάντοτε στις προηγούμενες εμπειρίες ή γνώσεις τους. Κατόπιν, η έμφαση δίνεται στο να αναγνωρίσουν οι ίδιοι οι μαθητές ποιες γνώσεις συμβάλλουν στην επίλυση του προβλήματος ή στην απάντηση του ερωτήματος και ποιες όχι. Με άλλα λόγια οι εκπαιδευόμενοι μαθαίνουν να αναγνωρίζουν τι ξέρουν και επίσης τι δεν ξέρουν. Στο σημείο αυτό εντοπίζουν οι ίδιοι μαθησιακούς στόχους, που δεν είναι τίποτα άλλο από το σύνολο των στοιχείων που αναγνωρίζουν ως σημαντικά για την επίλυση του σχετικού προβλήματος και για τα οποία έχουν ελλιπή κατανόηση. Στη συνέχεια ακολουθεί συλλογή πληροφοριών ή δεδομένων και συζήτηση. Στα πλαίσια αυτής της συζήτησης υπάρχει η πιθανότητα αμφισβήτησης πολλών αρχικών ιδεών των μαθητών, από άλλους μαθητές ή από τον εκπαιδευτικό, υπό το φως των νέων πληροφοριών και δεδομένων που συλλέγονται. Οι ιδέες τροποποιούνται και πιθανόν να προκύπτουν νέες μαθησιακές ανάγκες και νέοι στόχοι DeGrave, Boshuizen, and Schmidt, 1996). Η όλη εξέλιξη της μαθησιακής διαδικασίας είναι κυκλική. Σε ένα από τα τελευταία στάδια της μαθησιακής διαδικασίας δίνεται η ευκαιρία σε κάθε μαθητή να εκφράσει την άποψή του για την επίλυση του προβλήματος και ακολουθεί συζήτηση. Στο τέλος της διαδικασίας οι μαθητές προτείνουν τη λύση στο πρόβλημα ή την απάντηση στο ερώτημα που υιοθετήθηκε από το σύνολο ή την πλειοψηφία των μαθητών, αφού επιχειρηματολογήσουν για την τελική τους επιλογή. Δεν αναμένεται όμως από τους μαθητές να είναι σε απόλυτο βαθμό βέβαιοι για την ορθότητα της λύσης που θα προτείνουν αφού πέρα από την επίλυση του προβλήματος ή την απάντηση του ερωτήματος, η ΠΜ δίνει αξία στην καθαυτή ατομικά καθοδηγούμενη μαθησιακή διαδικασία που ακολουθεί ο μαθητής και στη γνώση που αποκτά ως προς την οργάνωση, εκτέλεση και αξιολόγηση αυτής της μαθησιακής διαδικασίας (Sunal and Sunal, 2003). Ο ρόλος του εκπαιδευτικού σε αυτή τη διαδικασία είναι συμβουλευτικός και σκοπό έχει να καθοδηγήσει, να παροτρύνει, να παρέχει ερεθίσματα (π.χ. μέσω στοχευμένων ερωτήσεων) και να επιβλέπει τους μαθητές στην πορεία τους προς την αναζήτηση της γνώσης. Σύμφωνα με τους Ertmer και Newby (1993), η γνώση είναι η λειτουργία κατά την οποία το άτομο κατανοεί και μαθαίνει μόνο του κάνοντας χρήση των εμπειριών που απέκτησε στη διάρκεια μιας προηγηθείσας διαδικασίας μάθησης.

2.4.2.3. Προκαθορισμένη πορεία δραστηριοτήτων για οικοδόμηση γνώσης (constructivist-based activities)

Σε αυτή τη διδακτική προσέγγιση, η έμφαση βρίσκεται στην ενεργητική εμπλοκή του μαθητή μέσα από μία προσχεδιασμένη ακολουθία δραστηριοτήτων που επιλέγει ή αναπτύσσει και δομεί ο εκπαιδευτικός. Η επιλογή ή η δημιουργία και η δόμηση μιας τέτοιας ακολουθίας στηρίζεται στις αρχές του οικοδομισμού. Δηλαδή, οι δραστηριότητες προάγουν το κτίσιμο της γνώσης από τους μαθητές. Ως βάση του οικοδομήματος αξιοποιούνται οι απλούστερες και θεμελιώδεις έννοιες και πάνω σε αυτές επιδιώκεται η ανάπτυξη πιο σύνθετων και πολύπλοκων εννοιών. Ο εκπαιδευτικός στα πλαίσια αυτής της διαδικασίας έχει να διαδραματίσει ένα ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο διότι δεν καλείται μόνο να επιλέξει ή να δημιουργήσει και να δομήσει μια ακολουθία δραστηριοτήτων, αλλά και να εναρμονίσει τις δραστηριότητες ανάλογα με τις ιδέες των μαθητών με απώτερο σκοπό την αλλαγή των εναλλακτικών τους αντιλήψεων (παρανοήσεων) για το φυσικό και τεχνητό κόσμο. Μια Δραστηριότητα μπορεί να έχει πολλαπλές μορφές, όπως είναι για παράδειγμα το πείραμα, η διερεύνηση ή η μοντελοποίηση (Sunal and Sunal, 2003).

Στα πλαίσια της εφαρμογής μιας προκαθορισμένης πορείας δραστηριοτήτων για οικοδόμηση γνώσης ο ρόλος του εκπαιδευτικού μετατρέπεται σε ρόλο συντονιστή/ρυθμιστή μέσω στοχευμένων ερεθισμάτων (π.χ. ερωτήσεων). Αυτά τα ερεθίσματα στοχεύουν στο να προσανατολίσουν τους μαθητές και να τους εμπλέξουν στη μαθησιακή διαδικασία (ακολουθία δραστηριοτήτων), να αναδείξουν στα πρώτα στάδια της μαθησιακής διαδικασίας τις εναλλακτικές τους ιδέες (η ανάδειξη των ιδεών μπορεί να επιτευχθεί μέσα από τη συζήτηση, διαγνωστικά δοκίμια, ερωτηματολόγια, ατομικές εργασίες κ.τ.λ.) και στην πορεία να τους ωθήσουν να οικοδομήσουν ή όπου χρειάζεται να αναδομήσουν/τροποποιήσουν τις ιδέες στις οποίες απευθύνεται η ακολουθία δραστηριοτήτων (Martin, 2003).

Η φάση της ανάδειξης των αρχικών ιδεών των μαθητών και η φάση αναδόμησής τους είναι ιδιαίτερα σημαντικά στοιχεία για την επιτυχία μιας προκαθορισμένης πορείας δραστηριοτήτων για οικοδόμηση γνώσης. Οι μαθητές θα πρέπει να ενθαρρύνονται να εκφράζουν τις αρχικές τους ιδέες και να τις αξιολογούν με σκοπό να τις επεκτείνουν ή να τις αντικαταστήσουν με άλλες (εννοιολογική αλλαγή), ώστε να συνάδουν με το επιστημονικά αποδεκτό πρότυπο. Αυτό μπορεί να γίνει εφικτό μέσω της υλοποίησης της ακολουθίας δραστηριοτήτων και της διαχείρισης των γνωστικών συγκρούσεων που θα προκύπτουν στα πλαίσια των δραστηριοτήτων. Η διαχείριση των γνωστικών συγκρούσεων για να είναι αποτελεσματική και να οδηγήσει σε εννοιολογική κατανόηση θα πρέπει να δώσει την ευκαιρία στους μαθητές να συσχετίσουν όσα έμαθαν με τις εμπειρίες της καθημερινής τους ζωής (Posneratal., 1982).

2.4.2.4. Συνεργατική οικοδομιστική διδασκαλία

Αποτελεί εξέλιξη της προκαθορισμένης πορείας δραστηριοτήτων για οικοδόμηση γνώσης. Εμπεριέχει όλες τις αρχές στις οποίες εδράζεται αυτή η διδακτική προσέγγιση, οι οποίες έχουν αναφερθεί πιο πάνω (πολλαπλές αναπαραστάσεις της πραγματικότητας, έμφαση στην οικοδόμηση της γνώσης αντί στην αναπαραγωγή της, έμφαση σε αυθεντικές δραστηριότητες ενταγμένες σε περιεχόμενο με νόημα, έμφαση σε αναστοχαστικές δραστηριότητες) και επιπρόσθετα ενσωματώνει σε αυτές την ιδέα ότι η μάθηση αποτελεί μια διαδικασία κοινωνικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των μανθανόντων και όχι μια ατομική διαδικασία (Jonassen, 1994). Ο ρόλος του εκπαιδευτικού παραμένει στα ίδια πλαίσια όπως και στην περίπτωση της προκαθορισμένης πορείας δραστηριοτήτων για οικοδόμηση γνώσης. Δηλαδή, ο εκπαιδευτικός αναλαμβάνει το ρόλο του συντονιστή/ρυθμιστή μέσω στοχευμένων ερεθισμάτων (π.χ. ερωτήσεων). Ο ρόλος του μαθητή επεκτείνεται σε σχέση με το ρόλο που κατείχε στα πλαίσια της προκαθορισμένης πορείας δραστηριοτήτων για οικοδόμηση γνώσης ως προς το ότι καλείται να λειτουργήσει και να επικοινωνήσει στα πλαίσια μιας ομάδας. Αυτό συνεπάγεται ότι πρέπει να αναπτύξει διάφορες δεξιότητες κοινωνικής φύσεως (π.χ. να μοιράζεται τις απόψεις του με τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας του, να σέβεται και να συνυπολογίζει τα επιχειρήματα των συμμαθητών του κ.τ.λ.).

2.4.2.5. Διερώτηση (inquiry)

Ένα βασικό χαρακτηριστικό των μαθησιακών περιβαλλόντων που στηρίζονται στο πρότυπο της διερώτησης είναι η απουσία διάλεξης από τον εκπαιδευτικό. Σε ένα τυπικό μαθησιακό περιβάλλον αυτής της μορφής, οι μαθητές εργάζονται συνήθως σε ομάδες και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, με το διδακτικό υλικό, με τα σχετικά υλικά και με τον εκπαιδευτικό με ένα δομημένο τρόπο. Η ακολουθία δραστηριοτήτων είναι προσεχτικά διαμορφωμένη, ώστε να καθοδηγεί σταδιακά τους μαθητές να κάνουν συγκεκριμένες παρατηρήσεις και να τις χρησιμοποιούν ως βάση για την ανάπτυξη των επιδιωκόμενων ιδεών και εννοιών (McDermottetal., 1996).

Οι μαθητές τοποθετούνται στο επίκεντρο του μαθησιακού περιβάλλοντος ενώ ο εκπαιδευτικός αποφεύγει το ρόλο της αυθεντίας και περιορίζεται σε συντονιστικό ρόλο. Συγκεκριμένα, σε προκαθορισμένα στάδια κατά την αλληλεπίδρασή τους με την ακολουθία δραστηριοτήτων, η κάθε ομάδα μαθητών συζητά με τον εκπαιδευτικό τις προηγούμενες δραστηριότητες. Σε αυτές τις συζητήσεις ο εκπαιδευτικός λειτουργεί ως ένα πρόσθετο μέλος της ομάδας, το οποίο προσπαθεί να εντοπίσει και να αναδείξει διαφωνίες ανάμεσα στα μέλη της ομάδας, ασυνέπειες ανάμεσα στις παρατηρήσεις που γίνονται και στις αντίστοιχες ερμηνείες που δίνονται από τους μαθητές και σχετικές δυσκολίες που φαίνονται να υποσκάπτουν την όλη προσπάθεια οικοδόμησης νοήματος. Επιπρόσθετα, προσπαθεί να στηρίξει την περαιτέρω εξέλιξη της συζήτησης των μαθητών προσφέροντας, όπου είναι σκόπιμο, καθοδήγηση για το πώς θα μπορούσαν να εργαστούν για να υπερβούν δυσκολίες και να διαχειριστούν αδιέξοδα. Ωστόσο, σε κάθε περίπτωση η συνεισφορά του εκπαιδευτικού αποφεύγει την παροχή έτοιμων εξηγήσεων προς τους μαθητές.

2.4.2.6. Προβληματισμός

Αυτή η στρατηγική αποσκοπεί στη δημιουργία κάποιου προβληματισμού αναφορικά με την υπό μελέτη έννοια μέσα από κάποιο ερέθισμα (π.χ. ερώτηση, δήλωση, παρουσίαση προβληματική κατάσταση). Αυτό αναμένεται να δημιουργήσει ερωτήματα και ανησυχίες στους μαθητές διεγείροντας το ενδιαφέρον τους και προκαλώντας την περιέργειά τους. Έτσι, ο προβληματισμός λειτουργεί συνήθως ως σημείο αφετηρίας μίας διερεύνησης.

2.4.2.7. Συλλογή δεδομένων ή άλλων στοιχείων

Η συγκεκριμένη στρατηγική περιλαμβάνει συλλογή δεδομένων ή άλλων στοιχείων (π.χ. πληροφοριών) μέσα από μελέτη σχετικών πηγών ή τη διεξαγωγή κάποιου πειράματος. Σκοπός αυτής της διαδικασίας είναι να συλλεγεί το κατάλληλο υλικό για να καταστεί εφικτή η απάντηση του ερωτήματος που έχει τεθεί στα πλαίσια της μαθησιακής διαδικασίας. Η εγκυρότητα των πηγών και του πειράματος είναι ιδιαίτερα βαρύνουσας σημασίας διότι καταδεικνύουν την ποιότητα των δεδομένων που έχουν συλλεγεί. Για να μεγιστοποιηθεί ο βαθμός εμπιστοσύνης προς την ποιότητα των δεδομένων, θα ήταν καλό να ακολουθείται η μέθοδος της τριγωνοποίησης. Η τριγωνοποίηση αφορά στη διασταύρωση των δεδομένων ή άλλων στοιχείων που προκύπτουν από τουλάχιστον δύο πηγές ή στη διασταύρωση των δεδομένων που προκύπτουν από κάποιο πείραμα με αντίστοιχα δεδομένα που καταγράφονται σε σχετικές πηγές.

2.4.2.8. Επεξεργασία και έκφραση ιδεών

Η στρατηγική αυτή αφορά στον τρόπο με τον οποίο επεξεργάζονται και παρουσιάζουν τις ιδέες τους οι μαθητές στην προσπάθειά τους να επικοινωνήσουν με το ευρύτερο περιβάλλον. Η φάση της επεξεργασίας περιλαμβάνει ποσοτική ή ποιοτική ανάλυση δεδομένων ή άλλων στοιχείων. Η ποσοτική ανάλυση περιέχει κάποιου είδους στατιστική ανάλυση (π.χ. υπολογισμός μέσων όρων), ενώ η ποιοτική ανάλυση περιέχει κάποιου είδους περιγραφικές διαδικασίες (π.χ. λεπτομερής περιγραφή μιας διαδικασίας).

Η έκφραση των ιδεών μπορεί να πάρει πολλαπλές μορφές, όπως είναι η δημιουργία γραφικών παραστάσεων, κειμένων, εικόνων, αφισών, εννοιολογικών χαρτών, τρισδιάστατων κατασκευών και πολυμεσικών παρουσιάσεων. Ο βαθμός επιτυχίας αυτής της στρατηγικής είναι συνάρτηση του βαθμού στον οποίο ένας μαθητής επικοινωνεί αποτελεσματικά την ιδέα του προς άλλα άτομα.

2.4.2.9. Επεξεργασία εννοιολογικού μοντέλου

Η στρατηγική αυτή εφαρμόζεται στις περιπτώσεις όπου οι μαθητές χρειάζεται να επεξεργαστούν κάποιο εννοιολογικό μοντέλο. Η επεξεργασία ενός τέτοιου μοντέλου περιλαμβάνει οικοδόμηση του από την αρχή ή τροποποίηση ενός υφιστάμενου. Η τροποποίηση μπορεί να περιλαμβάνει την προσθήκη νέων εννοιών σε ένα εννοιολογικό μοντέλο ή την αναδόμηση των υφιστάμενων εννοιών ενός εννοιολογικού μοντέλου. Η επεξεργασία ενός εννοιολογικού μοντέλου γίνεται συνήθως μέσα από τη χρήση εννοιολογικού χάρτη (Conceptual map).

3. ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ ΧΡΗΣΗΣ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΕΣ ΠΛΟΗΓΗΣΗΣ

3.1. Γενικές Οδηγίες Χρήσης

3.1.1. Συνιστώμενη Ανάλυση Θέασης (Screen Resolation)

Η συνιστώμενη ανάλυση θέασης (screen resolution) για τη λειτουργία του ΨΕΠ είναι 1024x768 pixels, με βάθος χρώματος 32 bits ανά εικονοστοιχείο (pixel). Σε αυτήν την ανάλυση, το μέγεθος της επιφάνειας περιεχομένου του αναπαραγωγέα SCORM είναι περίπου 900x660 εικονοστοιχεία όταν ο αναπαραγωγέας εκτελείται σε πλήρες μέγεθος οθόνης (full-screen). Αυτό επίσης εφαρμόζεται και για τη μη συνδεδεμένη κατάσταση λειτουργίας (offline) του ΨΕΠ.

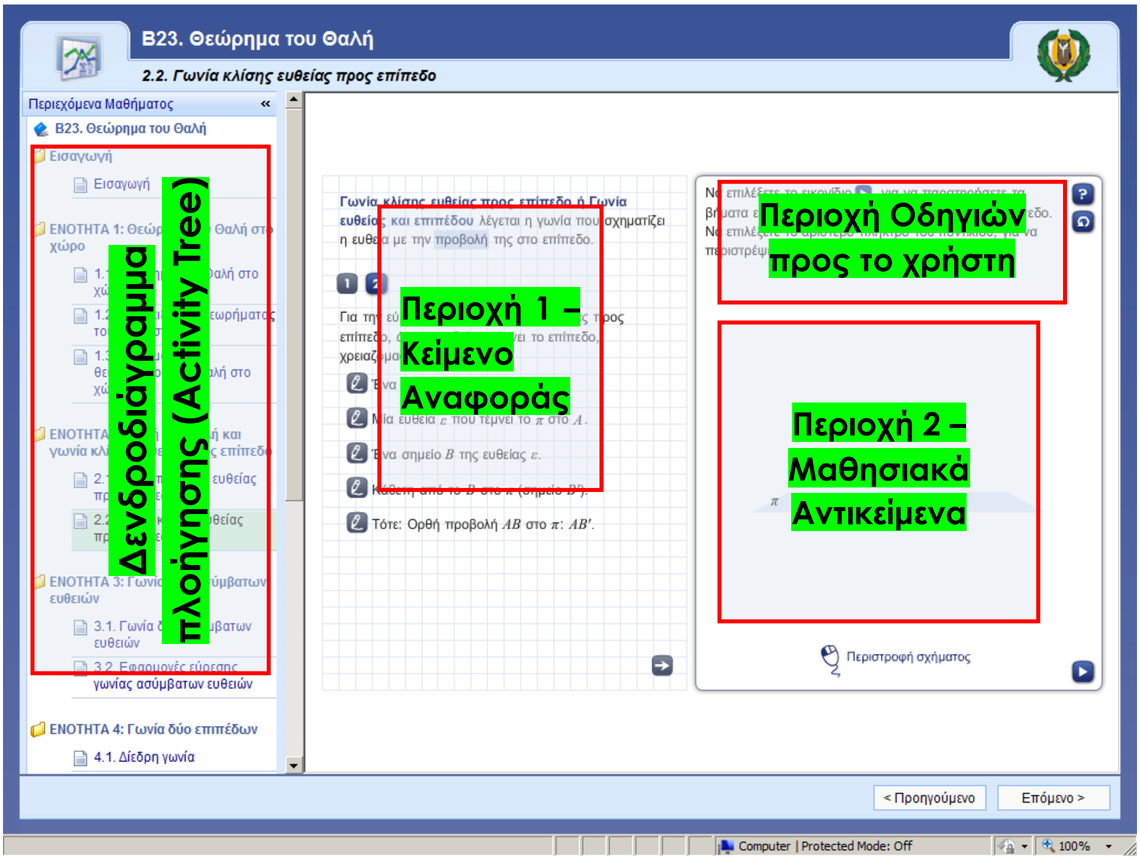
Ο σωστός τρόπος θέασης τόσο της έκδοσης SCORM όσο και της μη συνδεδεμένης έκδοσης (offline) είναι σε πλήρες μέγεθος, χρησιμοποιώντας τη λειτουργικότητα πλήρους οθόνης (full-screen) του φυλλομετρητή διαδικτύου (Internet browser). Όταν χρησιμοποιείται ο τρόπος λειτουργίας πλήρους μεγέθους, χρησιμοποιείται ο μέγιστος δυνατός χώρος για εμφάνιση του ΨΕΠ. Για να εισέλθετε σε τρόπο λειτουργίας πλήρους μεγέθους πιέστε το πλήκτρο **F11** μετά την έναρξη του ΨΕΠ.

Σημείωση: Για τη χρήση της SCORM έκδοσης των μονάδων ΨΕΠ, είναι απαραίτητη η εγκατάσταση και λειτουργία των τελευταίων εκδόσεων των προγραμμάτων *Adobe Flash Player* και *Java*.

3.1.2. Διάταξη Περιεχομένου

Το ΨΕΠ αναπτύχθηκε ακολουθώντας κατευθυντήριες γραμμές ευχρηστίας και φιλικής προς το χρήστη σχεδίασης, έτσι ώστε να διευκολύνει τη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης.

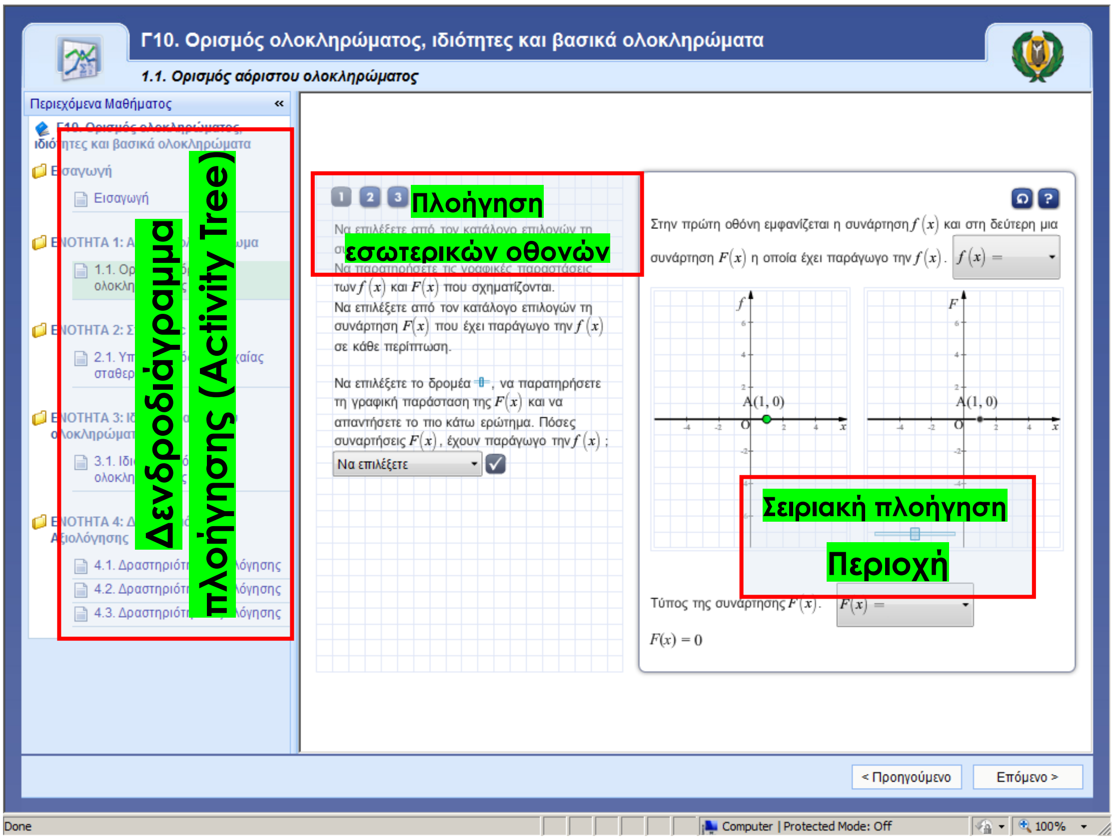
Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση σταθερής διάταξης περιεχομένου σε όλες τις μονάδες ΨΕΠ κάθε μαθήματος, δημιουργώντας έτσι ομοιομορφία και συνέπεια σ’ ένα ψηφιακό εκπαιδευτικό περιβάλλον.



Εικόνα 15 – Διάταξη περιεχομένου στη μονάδα ΨΕΠ

3.1.3. Πλοήγηση Περιεχομένου

Τόσο η έκδοση SCORM, όσο και η μη συνδεδεμένη έκδοση (offline) από DVD προσφέρουν δύο τρόπους πλοήγησης του ΨΕΠ: (α) με επιλογή – μέσω του δενδροδιαγράμματος πλοήγησης – και (β) σειριακά – με χρήση των κουμπιών «Επόμενο» και «Προηγούμενο» που βρίσκονται στο κάτω μέρος της οθόνης.



Εικόνα 16 – Πλοήγηση περιεχομένου

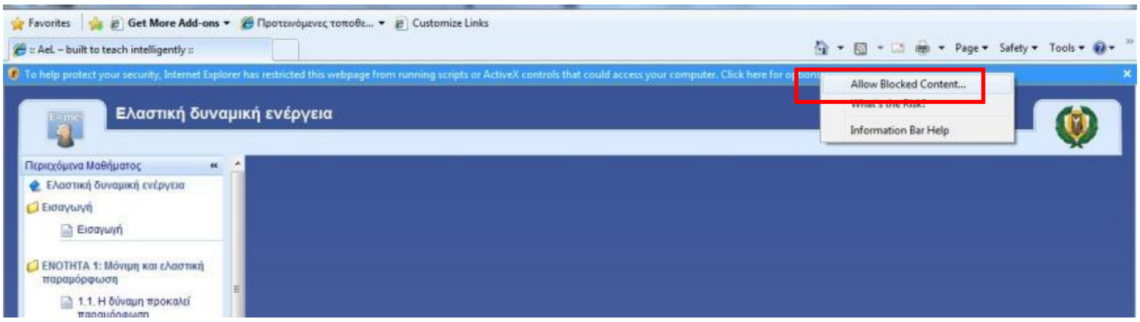
Το *Δενδροδιάγραμμα Πλοήγησης* (*Activity Tree*) είναι μια συμπτυσσόμενη περιοχή, η οποία βρίσκεται στο αριστερό μέρος της οθόνης και περιέχει την ιεραρχία ενοτήτων και υποενοτήτων που απαρτίζουν τη μονάδα ΨΕΠ, σκιαγραφώντας έτσι τη δομή της.

3.1.4. Τεχνικές Ρυθμίσεις

(α) Για το άνοιγμα των μονάδων ΨΕΠ μη συνδεδεμένης έκδοσης (offline), είτε από DVD είτε από εξωτερικό σκληρό δίσκο, θα πρέπει να ακολουθηθούν οι παρακάτω εξής απλές λειτουργίες (ισχύουν μόνο για τον Internet Explorer 7. Σε νεότερες εκδόσεις του δεν ισχύει η επιλογή 1):

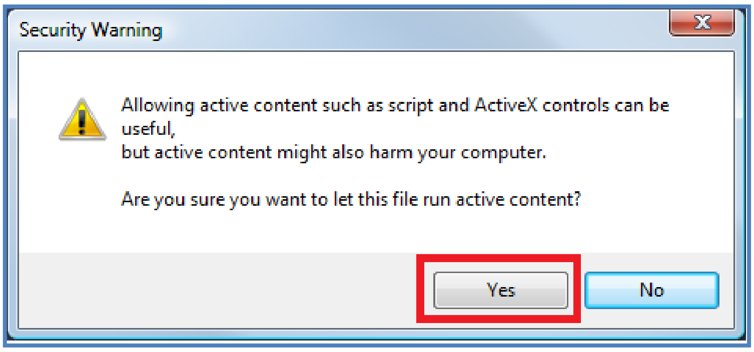
1. Πατήστε μια φορά στην κίτρινη σήμανση που παρουσιάζεται στην οθόνη *«Click here for options…»*.

2. Πατήστε στην πρώτη επιλογή «*Allow blocked content*».



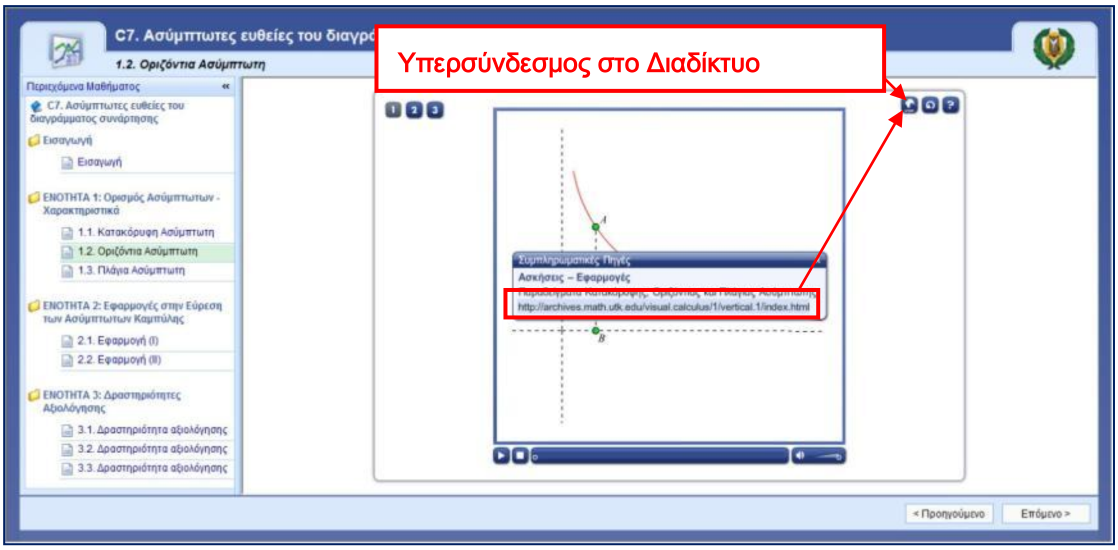
Εικόνα 17 – Άνοιγμα μονάδων μη συνδεδεμένης έκδοσης (1)

3. Στο παράθυρο που θα εμφανιστεί, επιλέξτε «*Yes*».



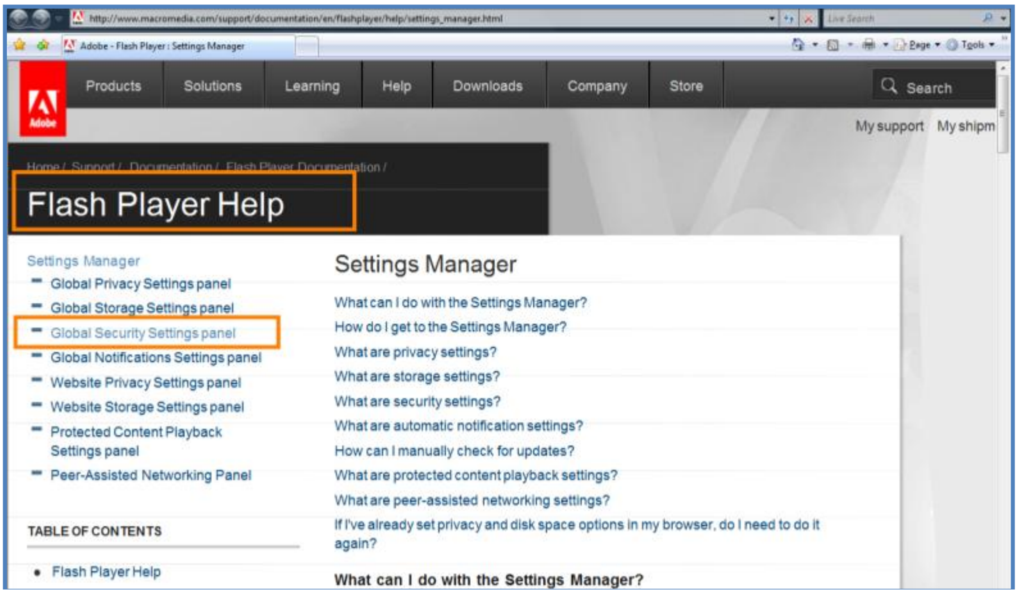
Εικόνα 18 – Άνοιγμα μονάδων μη συνδεδεμένης έκδοσης (2)

(β) Για την ορθή λειτουργία των υπερσυνδέσμων (hyperlinks) στις μονάδες ΨΕΠ μη συνδεδεμένης έκδοσης (offline), όπως φαίνεται στην Εικόνα 20, θα πρέπει οι χρήστες να προβούν στις ακόλουθες ρυθμίσεις αφού πρώτα βεβαιωθούν ότι ο ΗΥ τους είναι συνδεδεμένος στο διαδίκτυο:



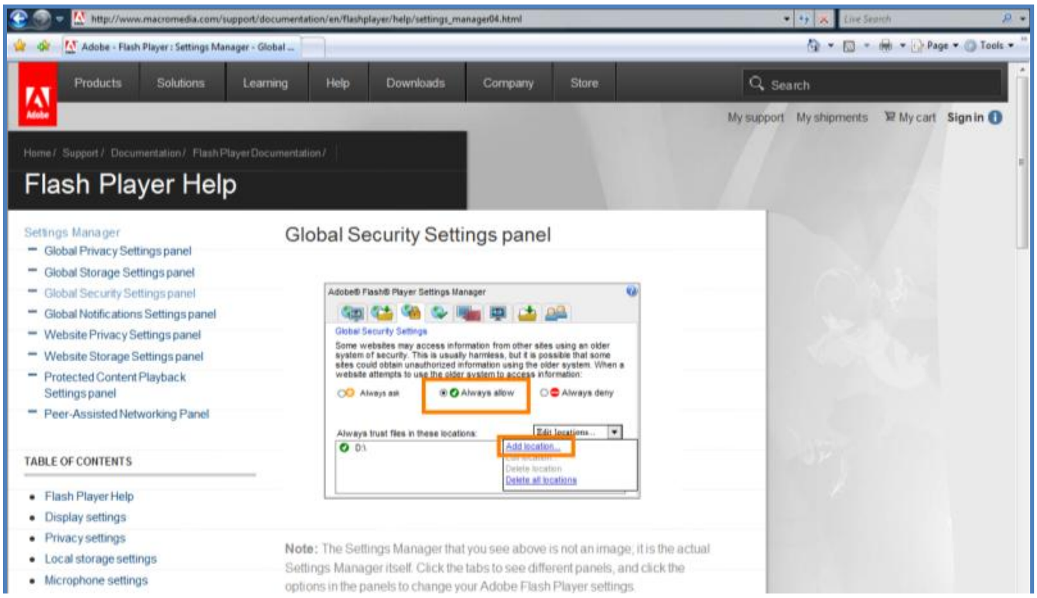
Εικόνα 19 – Υπερσύνδεσμοι - μη συνδεδεμένη έκδοση των μονάδων ΨΕΠ (Παράδειγμα)

1) Κάντε δεξί κλικ πάνω στην Περιοχή 2, όπου εμφανίζεται ένα Μαθησιακό Αντικείμενο μορφής Flash.
2) Κάντε κλικ στην καρτέλα *Global Settings.*
3) Θα ανοίξει η ιστοσελίδα *Adobe Macromedia, Flash Player Help* στην οποία θα εμφανίζονται οι επιλογές *Settings Manager options.*
4) Κάντε κλικ στο *Global Security Settings Panel* (στα αριστερά).



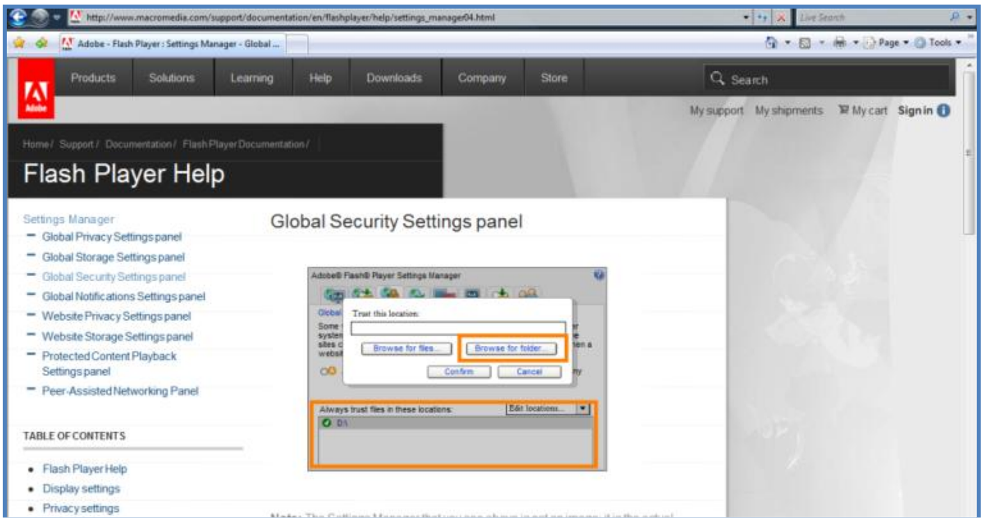
Εικόνα 20 – Ρυθμίσεις για άνοιγμα υπερσυνδέσμων από έκδοση offline (1)

5) Στο Adobe Flash Player Settings Manager επιλέξτε *Always allow.*
6) Κάντε κλικ στο Επεξεργασία τοποθεσίας *Edit location* και επιλέξτε *Add locations.*



Εικόνα 21 – Ρυθμίσεις για άνοιγμα υπερσυνδέσμων από έκδοση offline (2)

7) Στο αναδυόμενο παράθυρο κάντε κλικ στο *Browse for folder tab*.
8) Επιλέξτε τη θέση, στην οποία βρίσκονται οι μονάδες ΨΕΠ σε offline μορφή (φάκελος π.χ. στο Desktop ή στο DVD) ή πληκτρολογήστε αυτήν την τοποθεσία κάτω από τον τίτλο «*Always trust files in these locations*» (π.χ. αν οι μονάδες ΨΕΠ βρίσκονται στο DVD, τότε θα καταχωρήσετε την ονομασία του DVD-ROM του υπολογιστή σας).
9) Η θέση των offline μονάδων που ορίσατε πιο πάνω θα εμφανιστεί στην περιοχή *Always trust files in these locations.*



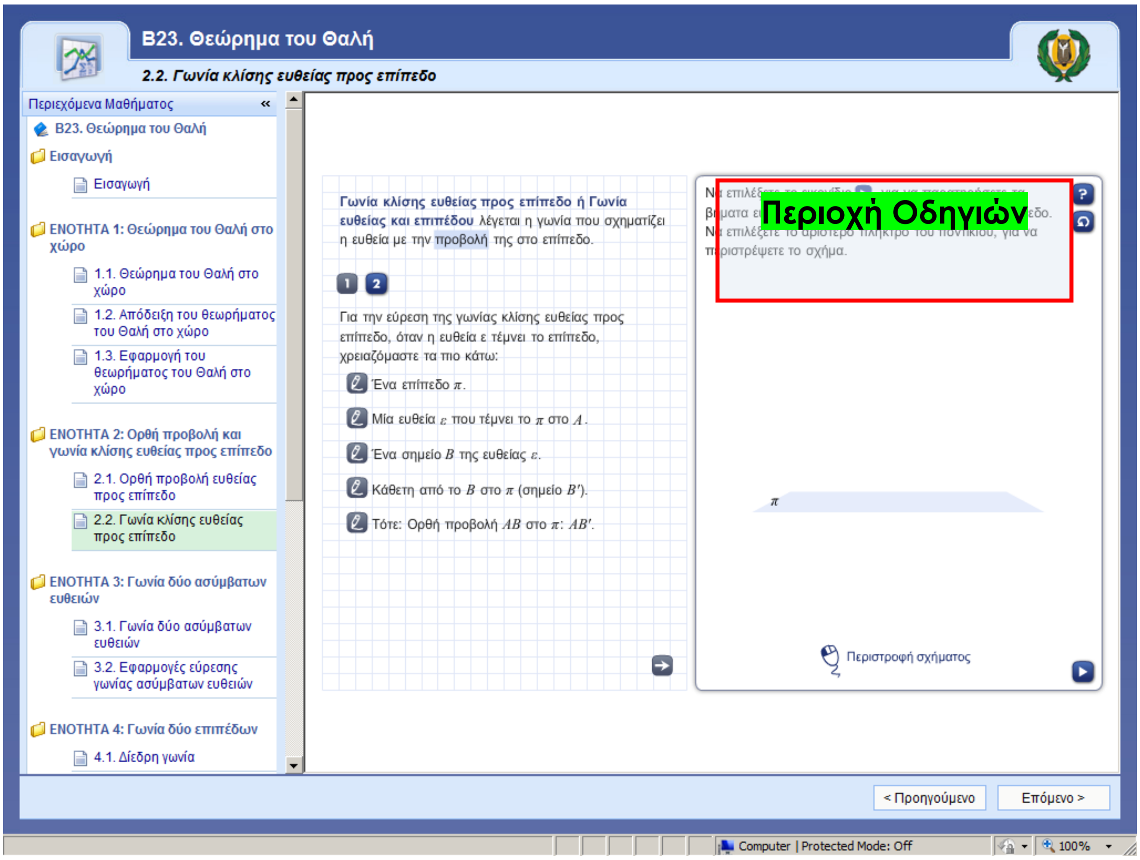
Εικόνα 22 – Ρυθμίσεις για άνοιγμα υπερσυνδέσμων από έκδοση offline (3)

10) Κλείστε το παράθυρο με ιστοσελίδα *Adobe Macromedia* στην οποία προβήκατε στις πιο πάνω ρυθμίσεις.
11) Κλείστε όλα τα παράθυρα των φυλλομετρητών διαδικτύου που πιθανό να είναι ενεργά.
12) Όταν τώρα ανοίξετε μια μονάδα ΨΕΠ σε offline μορφή, οι υπερσυνδέσμοι θα μπορούν να λειτουργούν κανονικά και να ανοίγουν τις διάφορες ιστοσελίδες σε νέα παράθυρα.

3.1. Ειδικές λειτουργίες πλοήγησης και χρήσης

3.1.1. Οδηγίες προς τον Μαθητή

Για υποβοήθηση του μαθητή και διευκόλυνση της διαδικασίας μάθησης, παρέχονται συγκεκριμένες οδηγίες στο χρήστη (βλ. Εικόνα 23). Οι οδηγίες είτε είναι δυναμικές, δηλαδή αλλάζουν αναλόγως της διάδρασης του χρήστη με τα Μαθησιακά Αντικείμενα, είτε είναι στατικές και παρουσιάζονται εξ' υπαρχής σε συγκεκριμένη σειρά.

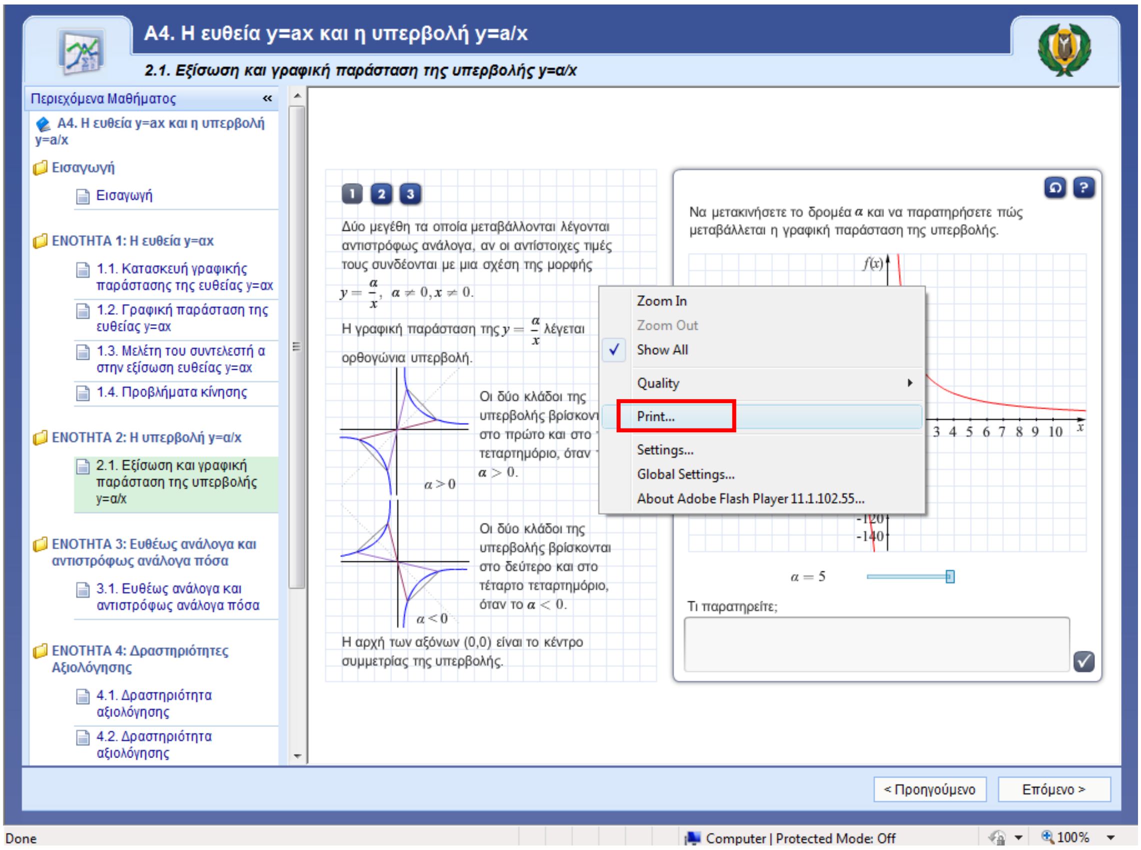


Εικόνα 23 – Περιοχή οδηγιών

3.1.2. Εκτύπωση Μαθησιακών Αντικειμένων (ΜΑ)

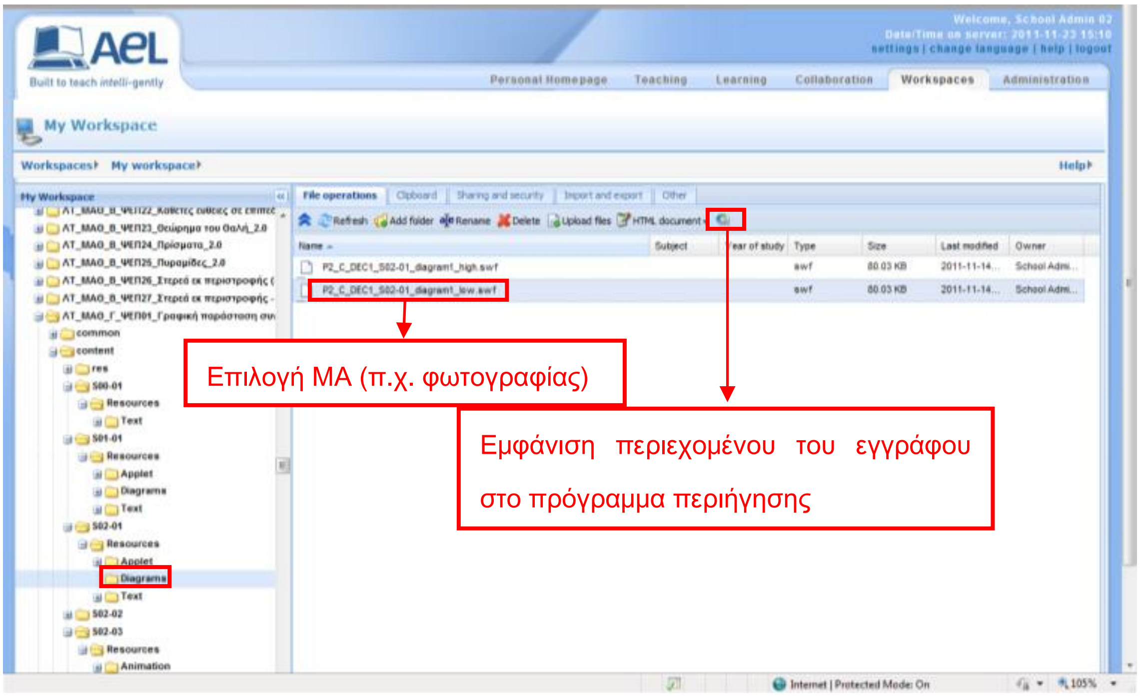
Τα Μαθησιακά Αντικείμενα (ΜΑ) που είναι διαθέσιμα στο ΨΕΠ μπορούν να εκτυπωθούν ακολουθώντας τις ακόλουθες διαδικασίες:

- Όταν γίνεται χρήση της μη συνδεδεμένης έκδοσης (offline) του ΨΕΠ (π.χ. μέσω DVD ή εξωτερικού σκληρού δίσκου), τα ΜΑ μπορούν να εκτυπωθούν είτε χρησιμοποιώντας την ενσωματωμένη λειτουργικότητα του Flash – χρησιμοποιώντας το δεξί κλικ και επιλέγοντας το Print (βλ. Εικόνα 24), είτε με πλοήγηση στο φάκελο Resources που βρίσκεται στο φάκελο κάθε υποενότητας κάθε μονάδας ΨΕΠ.



Εικόνα 24 - Εκτύπωση Μαθησιακών Αντικειμένων σε μη συνδεδεμένη έκδοση (offline)

- Όταν γίνεται χρήση της έκδοσης SCORM του ΨΕΠ, τα ΜΑ μπορούν να εκτυπωθούν είτε με τη χρήση της ενσωματωμένης λειτουργίας του Flash, είτε με πλοήγηση στα τμήματα *Workspaces* του ΣΔΜ, επιλέγοντας το επιθυμητό ΜΑ, ανοίγοντάς το και χρησιμοποιώντας τη λειτουργία εκτύπωσης του φυλλομετρητή διαδικτύου (Internet browser).



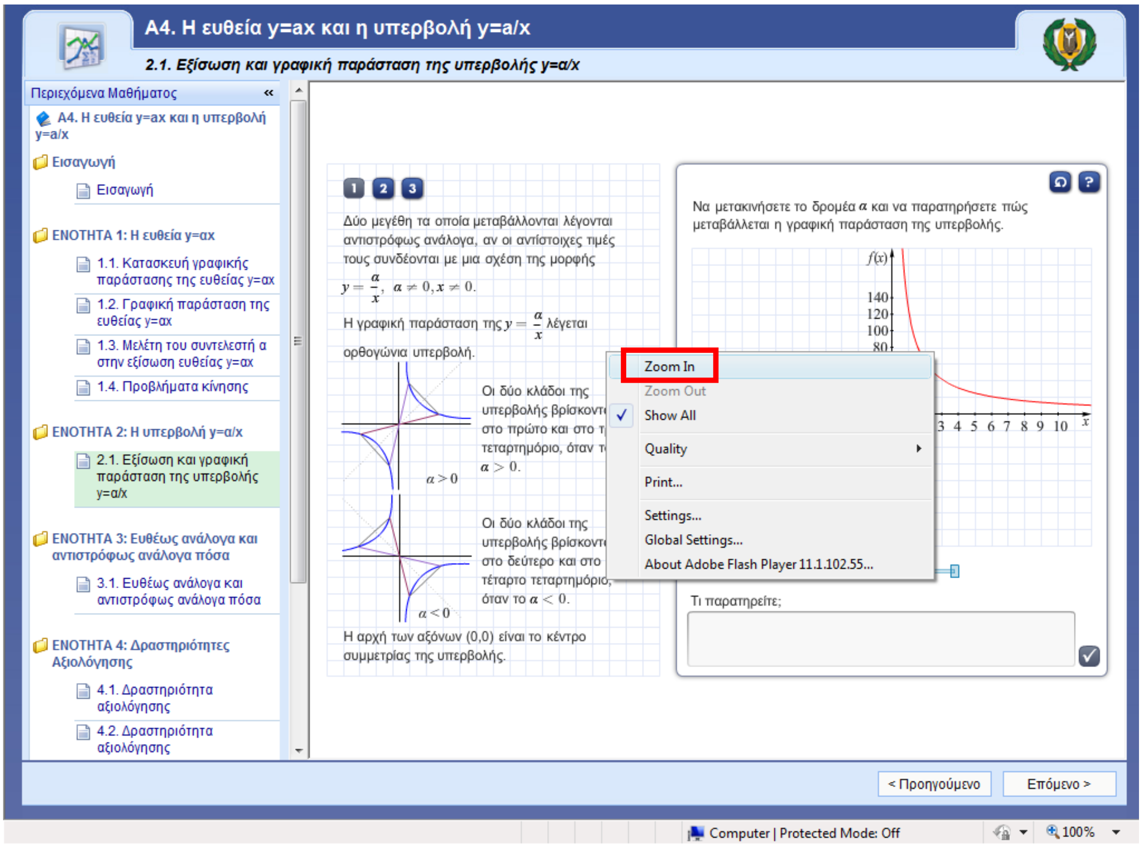
Εικόνα 25 – Εκτύπωση Μαθησιακών Αντικειμένων σε έκδοση SCORM μέσω του ΣΔΜ

3.1.3. Εστίαση σε Εκπαιδευτικά Αντικείμενα

Κάνοντας χρήση των προκαθορισμένων λειτουργιών που προσφέρει το *Flash*, τα ΜΑ μπορούν είτε να μεγεθυνθούν, είτε να σμικρυνθούν σε μέγεθος κατ' απαίτηση του χρήστη.

Το μέγεθος της περιοχής του περιεχομένου μπορεί να μεγεθυνθεί ή να σμικρυνθεί, πατώντας με το δεξί κουμπί του ποντικιού στην περιοχή του περιεχομένου και επιλέγοντας *Zoom in* ή *Zoom out* μέχρι να επιτευχθεί το επιθυμητό μέγεθος (βλ. Εικόνα 26).

Αυτή είναι μια προκαθορισμένη λειτουργία του *Flash* και είναι διαθέσιμη τόσο στη συνδεδεμένη SCORM, όσο και στη μη συνδεδεμένη (offline) έκδοση των μονάδων ΨΕΠ.



Εικόνα 26 – Εστίαση Μαθησιακών Αντικειμένων

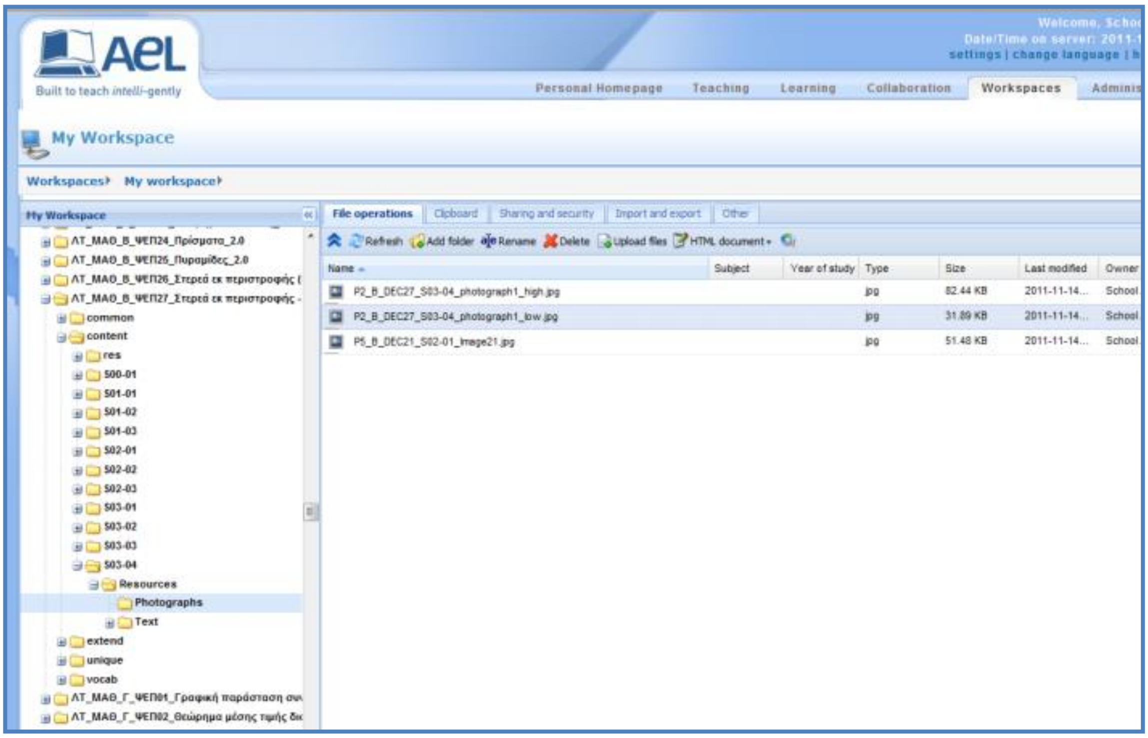
3.1.4. Αποθήκευση Μαθησιακών Αντικειμένων

Τα ΜΑ που είναι διαθέσιμα στις μονάδες ΨΕΠ μπορούν να αποθηκευθούν τοπικά και να επαναχρησιμοποιηθούν για διάφορες διδακτικές εφαρμογές.

Όταν γίνεται χρήση της μη συνδεδεμένης έκδοσης (offline) των μονάδων ΨΕΠ, όλα τα ΜΑ είναι διαθέσιμα στο φάκελο *resources* της κάθε υποενότητας.

Ο φάκελος *resources* της κάθε υποενότητας περιέχει υποφακέλους για κάθε τύπο ΜΑ. Για παράδειγμα, ΜΑ τύπου εικόνας μπορούν να βρεθούν στο φάκελο resources/photographs κάθε υποενότητας (βλ. Εικόνα 27). Τα ΜΑ μπορούν να αντιγραφούν από τους αντίστοιχους φακέλους τους και να χρησιμοποιηθούν από το χρήστη σε οποιαδήποτε άλλη εκπαιδευτική εφαρμογή.

Όταν γίνεται χρήση της έκδοσης SCORM μέσω του ΣΔΜ, τα ΜΑ μπορούν να εντοπιστούν με πλοήγηση στο φάκελο *resources* που περιέχει το επιθυμητό ΜΑ, στο φάκελο *Workspaces*, ανοίγοντάς το με διπλό πάτημα του αριστερού κουμπιού του ποντικιού και χρησιμοποιώντας τη λειτουργία αποθήκευσης του φυλλομετρητή διαδικτύου (Internet browser), έτσι ώστε να αποθηκευτεί το ΜΑ τοπικά (π.χ. σε ένα σκληρό δίσκο).



Εικόνα 27 – Δομή μονάδας ΨΕΠ σε συνδεδεμένη έκδοση SCORM (μέσω του ΣΔΜ)

3.1.5. Αντιγραφή / Επικόλληση Μαθησιακών Αντικειμένων

Για να παρέχεται γρήγορη επαναχρησιμοποίηση ΜΑ, υπάρχουν διάφορα μέσα αντιγραφής και επικόλλησης ΜΑ.

Αναλόγως του τύπου του ΜΑ, οι ακόλουθοι τρόποι αντιγραφής/επικόλλησης είναι διαθέσιμοι:

- Για αντιγραφή ΜΑ τύπου κειμένου, μετακινηθείτε στο επιθυμητό ΜΑ τύπου κειμένου, το οποίο είναι διαθέσιμο στο φάκελο resources/text κάθε υποενότητας, ανοίξετε το ΜΑ, επιλέξτε το επιθυμητό κείμενο, αντιγράψτε το και επικολλήστε το όπου είναι αναγκαίο. Στο ΨΕΠ η επικόλληση είναι μόνο διαθέσιμη σε περιοχές κειμένου που επιτρέπουν επεξεργασία.
- Για άλλους τύπους ΜΑ μετακινηθείτε στο συγκεκριμένο ΜΑ, πατήστε με το δεξί κουμπί του ποντικιού πάνω στο ΜΑ και επιλέξτε Αντιγραφή (Copy). Για να επικολλήσετε το ΜΑ, πατήστε με το δεξί κουμπί του ποντικιού πάνω στην επιθυμητή περιοχή και επιλέξτε Επικόλληση (Paste).

Αυτές οι λειτουργίες είναι διαθέσιμες και στις δύο εκδόσεις του ΨΕΠ, στους φακέλους του ΣΔΜ και της μη συνδεδεμένης έκδοσης (offline).

Όταν χρησιμοποιείται το ΣΔΜ, η λειτουργία Αντιγραφής/Επικόλλησης είναι διαθέσιμη και στον επεξεργαστή HTML.

Σε επίπεδο μονάδας ΨΕΠ ή υποενότητας, η λειτουργία Print Screen μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποτύπωση του στιγμιότυπου οθόνης (screenshot) ολόκληρης της οθόνης που εμφανίζεται τη συγκεκριμένη στιγμή.

3.2. ΚΟΥΜΠΙΑ ΚΑΙ ΠΛΑΙΣΙΑ ΕΛΕΓΧΟΥ

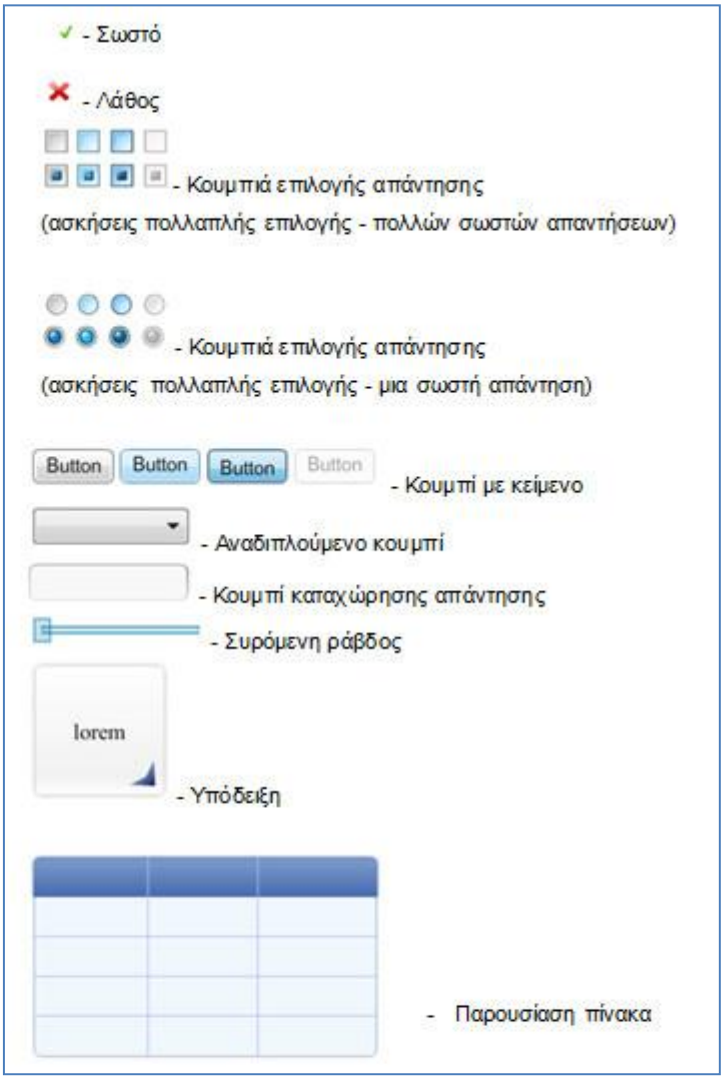
Σε όλες τις υποενότητες ΨΕΠ, διάφορα κουμπιά και πλαίσια ελέγχου υποβοηθούν τη διεπαφή μεταξύ του μαθητή και του ΨΕΠ. Τα σημαντικότερα κουμπιά είναι:

Εικόνα 28 – Κύρια κουμπιά διεπαφής χρήστη με το ΨΕΠ

Το κουμπί επαναφοράς (reset) είναι διαθέσιμο σε δραστηριότητες αξιολόγησης και θα επαναφέρει την οθόνη ερωτήσεων-απαντήσεων στη μορφή που είχε πριν να αρχίσει ο μαθητής να δίνει απαντήσεις (εάν έχει ήδη δώσει κάποιες).

Το κουμπί Καταχώρησης/Υποβολής θα επαληθεύσει την απάντηση του χρήστη και θα καταχωρήσει την πληροφορία αυτή στο ΣΔΜ εάν χρησιμοποιείται η έκδοση SCORM του ΨΕΠ.

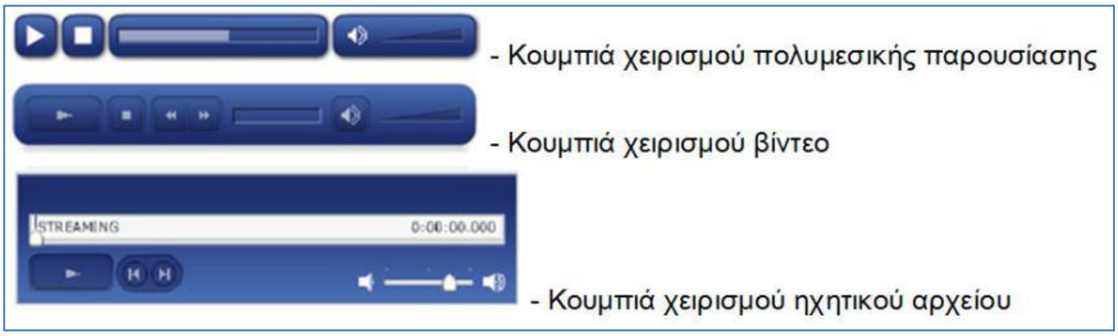
Πέραν των κουμπιών που επεξηγούνται στην Εικόνα 28, υπάρχουν και τα εξειδικευμένα πλαίσια ελέγχου απάντησης στις Δραστηριότητες Αξιολόγησης. Τα πιο σημαντικά απ' αυτά είναι:



Εικόνα 29 – Πλαίσια ελέγχου απάντησης

Τα εικονίδια, κουμπιά και πλαίσια ελέγχου επεξηγούνται στα tooltips, στα αναδυόμενα παράθυρα βοήθειας ή στις οδηγίες βοήθειας.

Εκτός από τα πλαίσια ελέγχου που περιγράφονται πιο πάνω, το ακόλουθο σύνολο πλαισίων ελέγχου είναι διαθέσιμο για σκοπούς χειρισμού των πολυμεσικών παρουσιάσεων:

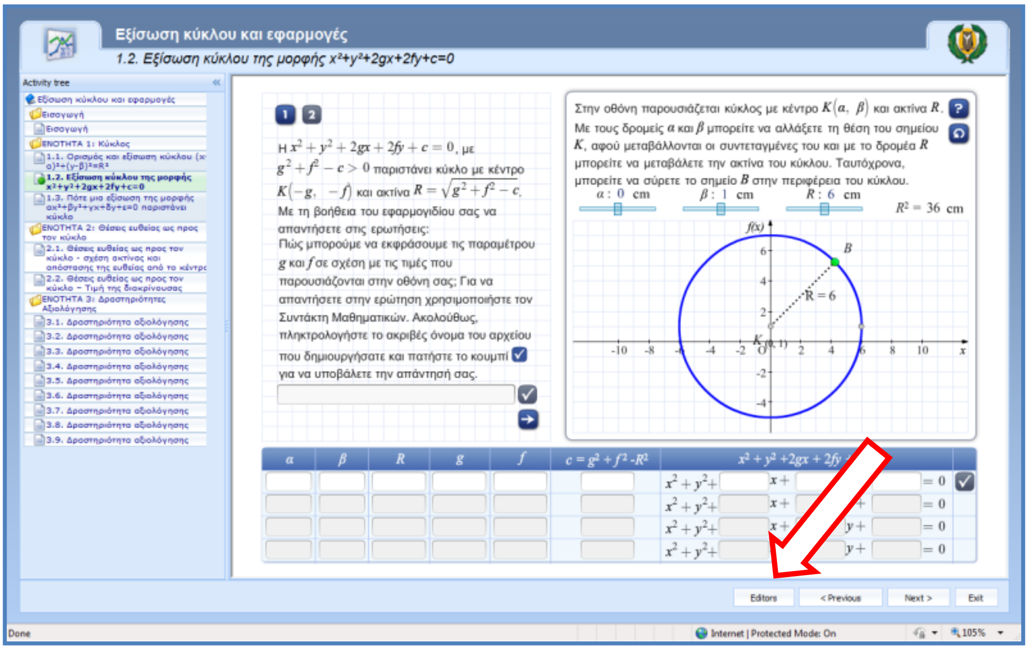


Εικόνα 30 - Κουμπιά χειρισμού πολυμέσων

3.3. ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΜΕΝΟΣ ΣΥΝΤΑΚΤΗΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ

Κατά τη χρήση του ΨΕΠ μέσω του ΣΔΜ, ο Συντάκτης Μαθηματικών (Math Editor), ο οποίος είναι εξειδικευμένος συντάκτης περιεχομένου, είναι διαθέσιμος για χρήση από τον εκπαιδευτικό και το μαθητή.

Ο συντάκτης είναι προσπελάσιμος, χρησιμοποιώντας τα κουμπιά Συντάκτες (Editors) που είναι διαθέσιμα στον αναπαραγωγέα SCORM μέσω του ΣΔΜ. Ο συντάκτης παρέχει βοήθεια στο μαθητή κατά τη δημιουργία μαθηματικών τύπων. Το παραχθέν αποτέλεσμα των συντακτών αυτών αποθηκεύεται στον Ιδιωτικό Φάκελο *(Personal Folder)* που είναι διαθέσιμος στο χώρο εργασίας *(Workspaces)* και μπορεί να επεξεργαστεί ή να χρησιμοποιηθεί ως εικόνα.



Εικόνα 31 - Επιλέγοντας ένα συντάκτη

Εικόνα 32 - Συντάκτης Μαθηματικών (Math Editor)

4. ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΜΟΝΑΔΩΝ ΨΕΠ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Το μάθημα των Μαθηματικών περιλαμβάνει τις ακόλουθες μονάδες ΨΕΠ:

Κωδικός ΨΕΠ	**Τίτλος Μονάδας**
P02_A_01	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ01_ Συστήματα α' βαθμού _2.0
P02_A_02	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ02_ Συναρτήσεις _2.0
P02_A_03	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ03_ Η ευθεία_2.0
P02_A_04	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ04_ Η ευθεία y=αx και η υπερβολή y=a/x_2.0
P02_A_05	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ05_ Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=αx^2+βx+γ$_2.0
P02_A_06	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ06_ Η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0$_2.0
P02_A_07	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ07_ Το πρόσημο του τριωνύμου $αx^2+βx+γ=0$, $α≠0$_2.0
P02_A_08	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ08_ Λύση ανίσωσης β' βαθμού_2.0
P02_A_09	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ09_Παραλληλόγραμμο_2.0
P02_A_10	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ10_Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο_2.0
P02_A_11	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ11_Ο Ρόμβος_2.0
P02_A_12	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ12_Στοιχεία κύκλου, σχέσεις γωνιών, αντίστοιχων τόξων και χορδών_2.0
P02_A_13	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ13_Στοιχεία κύκλου, σχέσεις γωνιών, αντίστοιχων τόξων και χορδών_2.0
P02_A_14	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ14_Όμοια τρίγωνα – όμοια πολύγωνα_2.0
P02_A_15	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ15_Μετρικές σχέσεις στο ορθογώνιο τρίγωνο_2.0
P02_A_16	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ16_Τριγωνομετρικοί Αριθμοί – Τριγωνομετρικός Κύκλος_2.0
P02_B_01	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ01_Σύνθεση συναρτήσεων_2.0
P02_B_02	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ02_Συνάρτηση 1-1, Αντίστροφη συνάρτηση_2.0
P02_B_03	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ03_Η έννοια του ορίου συνάρτησης, όταν το χ τείνει στο + ∞ ή – ∞_2.0
P02_B_04	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ04_Η έννοια του ορίου συνάρτησης, όταν $x \to ξ^-$, $x \to ξ^+$ ή $x \to ξ$, ξ

	∈ R _2.0
P02_B_05	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ05_Εκθετική Συνάρτηση – Ορισμός, Ιδιότητες_2.0
P02_B_06	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ06_Ιδιότητες Λογαρίθμων, βασικές ιδιότητες _2.0
P02_B_07	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ07_Η λογαριθμική συνάρτηση – Ορισμός, Ιδιότητες_2.0
P02_B_08	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ08_Έννοια και Ορισμός της Συνέχειας_2.0
P02_B_09	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ09_Ιδιότητες των συνεχών συναρτήσεων_2.0
P02_B_10	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ10_Θεώρημα του Bolzano, γενίκευση του θεωρήματος του Bolzano, θεώρημα μέγιστης – ελάχιστης τιμής, θεώρημα για την f^{-1}_2.0
P02_B_11	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ11_Ορισμός Παράγωγου Αριθμού Συνάρτησης_2.0
P02_B_12	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ12_Εφαπτομένη καμπύλης_2.0
P02_B_13	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ13_Έννοιες διανυσμάτων και πράξεις με διανύσματα_2.0
P02_B_14	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ14_Καρτεσιανές συντεταγμένες σημείου και διανύσματος_2.0
P02_B_15	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ15_Εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων_2.0
P02_B_16	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ16_Ευθεία και η εξίσωση ευθείας_2.0
P02_B_17	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ17_Συνθήκη παραλληλίας, ταύτισης και τομής δύο ευθειών_2.0
P02_B_18	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ18_Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων_2.0
P02_B_19	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ19_Κανονικά Πολύγωνα_2.0
P02_B_20	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ20_Μήκος και εμβαδόν κύκλου_2.0
P02_B_21	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ21_Γεωμετρικοί Τόποι_2.0
P02_B_22	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ22_Κάθετες ευθείες σε επίπεδο στο χώρο_2.0
P02_B_23	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ23_Θεώρημα του Θαλή_2.0
P02_B_24	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ24_Πρίσματα_2.0
P02_B_25	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ25_Πυραμίδες_2.0
P02_B_26	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ26_Στερεά εκ περιστροφής (Κύλινδρος, Κώνος)_2.0
P02_B_27	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ27_Στερεά εκ περιστροφής – Κόλουρος κώνος_2.0
P02_C_01	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ01_Γραφική παράσταση συναρτήσεων που ορίζονται παραμετρικά_2.0
P02_C_02	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ02_Θεώρημα μέσης τιμής διαφορικού λογισμού_2.0
P02_C_03	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ03_Μονοτονία Συνάρτησης – Εφαρμογές_2.0

P02_C_04	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ04_Τοπικά ακρότατα συνάρτησης - Θεώρημα Fermat_2.0
P02_C_05	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ05_Β΄ θεώρημα για την εύρεση τοπικών ακρότατων, εφαρμογές τοπικών ακρότατων_2.0
P02_C_06	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ06_Κοίλη/κυρτή συνάρτηση - Σημεία καμπής_2.0
P02_C_07	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ07_Ασύμπτωτες ευθείες του διαγράμματος συνάρτησης_2.0
P02_C_08	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ08_Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων_2.0
P02_C_09	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ09_Προβλήματα μεγίστων και ελαχίστων_2.0
P02_C_10	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ10_Ορισμός ολοκληρώματος, ιδιότητες και βασικά ολοκληρώματα_2.0
P02_C_11	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ11_Υπολογισμός αόριστου ολοκληρώματος με αντικατάσταση_2.0
P02_C_12	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ12_Υπολογισμός αόριστου ολοκληρώματος κατά παράγοντες_2.0
P02_C_13	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ13_Ορισμός και υπολογισμός ορισμένου ολοκληρώματος_2.0
P02_C_14	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ14_Εφαρμογές του ορισμένου ολοκληρώματος για τον υπολογισμό του εμβαδού και όγκου_2.0
P02_C_15	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ15_Πιθανότητες_2.0
P02_C_16	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ16_Γεωμετρικοί τόποι_2.0
P02_C_17	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ17_Κωνικές Τομές_2.0
P02_C_18	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ18_Εξίσωση κύκλου και εφαρμογές_2.0
P02_C_19	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ19_Παραμετρικές εξισώσεις κύκλου, εξίσωση εφαπτομένης και κάθετης του και εφαρμογές τους_2.0
P02_C_20	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ20_Εξίσωση παραβολής και εφαρμογές της_2.0
P02_C_21	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ21_Παραβολή – εφαπτομένη και κάθετη_2.0
P02_C_22	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ22_Έλλειψη_2.0
P02_C_23	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ23_Έλλειψη – Εφαπτομένη_2.0
P02_C_24	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ24_Ισοσκελής Υπερβολή_2.0

5. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ – ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΟΝΑΔΩΝ ΨΕΠ

5.1 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ01_ Συστήματα α' βαθμού_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 01
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ01_ Συστήματα α' βαθμού _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, γραμμική εξίσωση με δύο αγνώστους, εξίσωση α' βαθμού με δύο αγνώστους, γραφική παράσταση, σύστημα γραμμικών εξισώσεων, συστήματα δύο εξισώσεων α' βαθμού με δύο αγνώστους, γραφική παράσταση ευθείας, τομή ευθειών, γραφική λύση συστήματος δύο εξισώσεων α' βαθμού με δύο αγνώστους, μέθοδος αντικατάστασης, μέθοδος σύγκρισης, μέθοδος αντίθετων συντελεστών, αλγεβρική λύση, αδύνατο σύστημα, σύστημα με μια λύση, συστήματα α' βαθμού.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Αναγνωρίζουν το σύνολο των λύσεων της αx+βy=γ ως το σύνολο των σημείων της ευθείας,
ΔΣ2	Αναγνωρίζουν τη λύση του συστήματος $\begin{matrix} \alpha_1 x+\beta_1 y=\gamma_1 \\ \alpha_2 x+\beta_2 y=\gamma_2 \end{matrix}$ ως τις συντεταγμένες του σημείου τομής των δύο ευθειών (αν τέμνονται).
ΔΣ3	Επιλύουν συστήματα δύο εξισώσεων α΄ βαθμού με δύο αγνώστους τόσο με τη γραφική μέθοδο όσο και με τις αλγεβρικές μεθόδους (μέθοδος σύγκρισης, αντικατάστασης, αντιθέτων συντελεστών).
ΔΣ4	Γραφική διερεύνηση συστήματος δύο εξισώσεων α΄ βαθμού με δύο αγνώστους.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

1. Ένα σύστημα α΄ βαθμού δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους έχει μοναδική λύση, όταν: **- Β. Οι ευθείες τέμνονται σε ένα σημείο**

2. Ένα σύστημα α΄ βαθμού δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους έχει άπειρες λύσεις, όταν: **- Γ. Οι ευθείες συμπίπτουν**

3. Ένα σύστημα α΄ βαθμού δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους είναι αδύνατο, όταν: **- Α. Οι ευθείες είναι παράλληλες**

4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το σύστημα $\begin{cases} x-y=5 \\ 2x+y=1 \end{cases}$ έχει ως λύση τις συντεταγμένες του σημείου:

Απάντηση:

Δ (2, -3)

<u>4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

Για την επίλυση του συστήματος $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ 2x+y=7 \end{cases}$ με τη μέθοδο της αντικατάστασης είναι προτιμότερο να λύσουμε:

<u>Απάντηση:</u>

Τη δεύτερη εξίσωση ως προς *y*.

<u>4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

Αν στο σύστημα $\begin{cases} 3\chi+5y=-1 \\ 2x-5y=-9 \end{cases}$ εφαρμόσουμε την μέθοδο των αντίθετων συντελεστών ποια από τις παρακάτω εξισώσεις προκύπτει;

<u>Απάντηση:</u>

$5x = -10$

<u>4.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου</u>

Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+y=5 \end{cases}$ με τη μέθοδο της αντικατάστασης

<u>Απάντηση:</u>

$\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+y=5 \end{cases}$

Λύνουμε την $x + y = 5$ ως προς $y \Rightarrow y = 5 - x$

Αντικαθιστούμε στην $2x + y = 3 \Rightarrow 2x + 5 - x = 3 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y = 5 -(-2) \Rightarrow y = 7$

5.2 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ02_Συναρτήσεις_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 02
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ02_Συναρτήσεις_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, αντιστοιχία, σύνολο αφετηρίας, σύνολο άφιξης, σύνολο, συνάρτηση, μονοσήμαντη αντιστοιχία, διατεταγμένα ζεύγη, ανεξάρτητη μεταβλητή, εξαρτημένη μεταβλητή, μεταβλητές αντιστοιχίες, τύπος συνάρτησης, βέννειο διάγραμμα, πίνακας τιμών, γραφική παράσταση, γραφική παράσταση συνάρτησης, πεδίο ορισμού, πεδίο τιμών, διαγράμματα, αντιστοιχίες συνόλων.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Αναγνωρίζουν αντιστοιχίες από ένα σύνολο Α σε ένα σύνολο Β
ΔΣ2	Αναγνωρίζουν σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών μεγεθών
ΔΣ3	Ορίζουν το σύνολο Α ως σύνολο αφετηρίας και το σύνολο Β ως σύνολο αφίξεως της αντιστοιχίας
ΔΣ4	Ορίζουν την έννοια της συνάρτησης ως μια μονοσήμαντη αντιστοιχία από ένα σύνολο Α σε ένα σύνολο Β
ΔΣ5	$F: A \to B \ (A \subseteq R, B \subseteq R)$
ΔΣ6	Παριστάνουν μια συνάρτηση με: ○ Πίνακα αντίστοιχων τιμών ○ Σύνολο διατεταγμένων ζευγών ○ Βελοειδές διάγραμμα

	ο Μαθηματικό τύπο ο Γραφική παράσταση
ΔΣ7	Βρίσκουν το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών συνάρτησης που δίνεται με: Γραφική παράσταση

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Αν A και B είναι δύο μη κενά σύνολα, τι ονομάζεται συνάρτηση από το σύνολο A στο σύνολο B;

Ενδεικτική Απάντηση:

Συνάρτηση από το σύνολο A στο σύνολο B ονομάζεται κάθε αντιστοιχία που για κάθε στοιχείο του συνόλου A αντιστοιχεί μόνο ένα στοιχείο του συνόλου B.

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Τι ονομάζουμε πεδίο ορισμού και τι πεδίο τιμών μιας συνάρτησης $f : A \to B$;

Ενδεικτική Απάντηση:

Πεδίο ορισμού ονομάζουμε το σύνολο αφετηρίας A της αντιστοιχίας και πεδίο τιμών το σύνολο άφιξης B της αντιστοιχίας.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Με ποιους τρόπους μπορούμε να παραστήσουμε μια συνάρτηση $f : A \to B$;

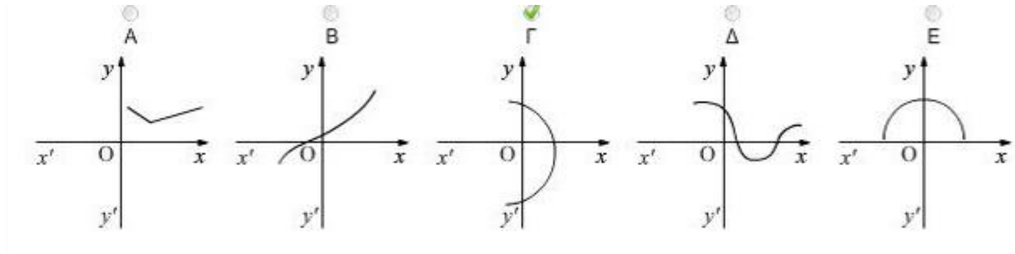
Ενδεικτική Απάντηση:

Μπορούμε να παραστήσουμε μια συνάρτηση γραφικά, με Βέννειο διάγραμμα, με πίνακα τιμών ή με τον τύπο της.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

Ποια από τις παρακάτω παραστάσεις δεν αντιστοιχεί σε γραφική παράσταση συνάρτησης;

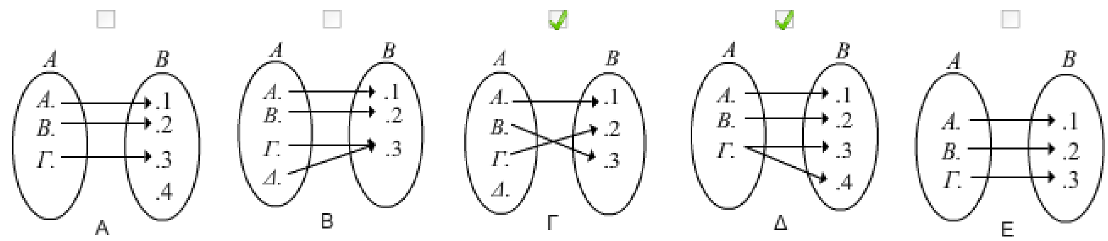
Απάντηση:



3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

Ποια από τα παρακάτω διαγράμματα δεν αντιστοιχούν σε συνάρτηση;

Απάντηση:



5.3 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ03_Η ευθεία_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 03
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ03_Η ευθεία_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ευθεία, γραφική παράσταση ευθείας, κλίση ευθείας, τομή με άξονα τεταγμένων, εξίσωση ευθείας.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της ευθείας όταν δίνεται η εξίσωσή της στη μορφή $ψ=λx+β$, και στη μορφή $αx+βψ=γ$
ΔΣ2	Βρίσκουν την εξίσωση και να κατασκευάζουν γραφική παράσταση ευθείας όταν: (α) δίνεται η κλίση της και ένα σημείο της, και (β) δίνονται δύο σημεία της
ΔΣ3	Αναγνωρίζουν τη σημασία των λ και β στη γραφική παράσταση ευθείας που δίνεται στη μορφή $ψ=λx+β$

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η εξίσωση της ευθείας, η οποία διέρχεται από το σημείο **Μ**(0, β) και έχει κλίση λ είναι:

Απάντηση:

$y - \lambda x = \beta$

4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η γραφική παράσταση της εξίσωσης $\boldsymbol{y} = -3x - 3$ έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

Απάντηση:

Η κλίση της είναι αρνητική και τέμνει τον άξονα των y στο σημείο (0,-3).

4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω

1. Ευθεία, που πάντοτε είναι κάθετη στον άξονα των τετμημένων. **Λάθος**
2. Ευθεία. **Σωστό**
3. Καμπύλη. **Λάθος**
4. Ευθεία που πάντοτε περνά από την αρχή των αξόνων. **Λάθος**
5. Ευθεία που τέμνει τον αρνητικό ημιάξονα των y, όταν το β είναι αρνητικό. **Σωστό**

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιος είναι ο πιο εύκολος τρόπος, για να κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση μιας ευθείας;

Απάντηση:

Να βρούμε δύο σημεία.

5.4 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ04_ Η ευθεία y=ax και η υπερβολή y=a/x_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 04
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ04_ Η ευθεία y=ax και η υπερβολή y=a/x _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, κατασκευή γραφικής παράστασης ευθείας, λόγος, συντελεστής α, εξίσωση ευθείας, γραφική παράσταση ευθείας, γραφική παράσταση συνάρτησης, εξίσωση και γραφική παράσταση υπερβολής, ορθογώνια υπερβολή, ευθέως ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά, ευθέως ανάλογα ποσά, αντιστρόφως ανάλογα ποσά, ευθεία, γραφική παράσταση υπερβολής.
Επιστημονική/Θεωρητική Γνώση για σκοπούς Εκπαιδευτικού	Δύο μεγέθη λέγονται ευθέως ανάλογα αν οι αντίστοιχες τιμές τους συνδέονται με μια σχέση της μορφής: y=αx, α≠0. Η γραφική παράσταση δύο ευθέως ανάλογων ποσών είναι ευθεία που περνά από την αρχή των αξόνων (0,0). Δύο μεγέθη λέγονται αντιστρόφως ανάλογα, όταν ο λόγος δύο τιμών του ενός μεγέθους είναι ίσος με τον αντίστροφο του λόγου των αντίστοιχων τιμών του άλλου μεγέθους. Η εξίσωση $y=\frac{\alpha}{x}$, x, α ≠ 0 παριστάνει ποσά x και y αντιστρόφως ανάλογα. Η γραφική παράσταση δύο αντιστρόφως ανάλογων ποσών είναι ορθογώνια υπερβολή. Η αρχή των αξόνων (0,0) είναι το κέντρο συμμετρίας της υπερβολής.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της ευθείας y=αx.
ΔΣ2	Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της υπερβολής y=α/x.
ΔΣ3	Αναγνωρίζουν τη σημασία του α στις πιο πάνω γραφικές παραστάσεις
ΔΣ4	Συσχετίζουν τις συναρτήσεις y=αx και y=α/x με τα ευθέως ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά αντίστοιχα.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ανοικτού τύπου

Δώστε ένα παράδειγμα ευθέως ανάλογων ποσών από την καθημερινή ζωή.

Ενδεικτική Απάντηση:

Το κόστος μεταφοράς των μαθητών ενός σχολείου σε ένα μουσείο, αν γνωρίζουμε ότι η εταιρεία μεταφοράς χρεώνει 2 ευρώ για κάθε μαθητή.

4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Δώστε ένα παράδειγμα αντιστρόφως ανάλογων ποσών από την καθημερινή ζωή.

Ενδεικτική Απάντηση:

Ο χρόνος που χρειάζεται, για να αποχωρήσουν οι φίλαθλοι μετά τη λήξη ενός ποδοσφαιρικού αγώνα σε σχέση με τον αριθμό των εξόδων που υπάρχουν στο στάδιο.

4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Μπορεί μια ευθεία της μορφής $y = ax$, $a \neq 0$, να διέρχεται από το σημείο (3,0); Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

Ενδεικτική Απάντηση:

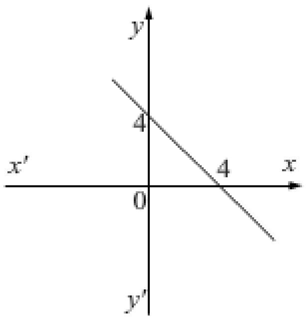
Όχι, γιατί όλες οι ευθείες της μορφής $y = \alpha x$ διέρχονται από την αρχή των αξόνων.

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η γραφική παράσταση ευθείας που φαίνεται στο πιο κάτω διάγραμμα παριστάνει:

Απάντηση:

- την ευθεία $y = 4x$
- την ευθεία $y = -4x$
- την ευθεία $y = 4x + 4$
- ✓ δεν μπορεί να παριστάνει καμιά ευθεία της μορφής $y = \alpha x$
- την υπερβολή $y = \frac{4}{x}$

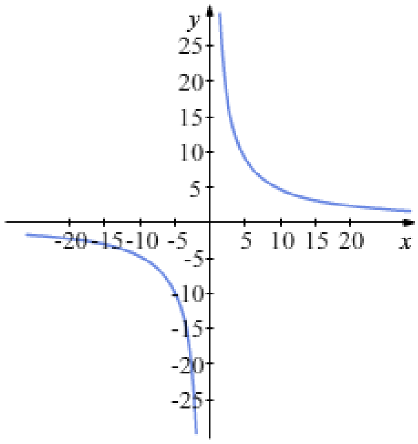


4.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η γραφική παράσταση υπερβολής που φαίνεται στο διάγραμμα παριστάνει:

Απάντηση:

- τη συνάρτηση $y = 4x^2 - 4x$
- ✓ τη συνάρτηση $y = \frac{50}{x}$
- τη συνάρτηση $y = \frac{5}{x}$
- τη συνάρτηση $y = 4x^2 + 4x$
- τη συνάρτηση $y = \frac{5}{x} + 20$



4.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ένα τρένο κινείται με ταχύτητα 100 km/h. Σε πόσες ώρες θα έχει διανύσει απόσταση 900 km από την αφετηρία του, αν κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά;

Απάντηση:

9 h

4.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν ένα τρακτέρ οργώνει ένα χωράφι σε 10 ώρες, πόσες ώρες χρειάζονται τέσσερα ίδια τρακτέρ, για να οργώσουν το ίδιο χωράφι αν εργαστούν με τον ίδιο ρυθμό;

Απάντηση:

2,5 ώρες

5.5 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ05_Η γραφική παράσταση της συνάρτησης y=αx²+βx+γ_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 05
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ05_ Η γραφική παράσταση της συνάρτησης y=αx²+βx+γ _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, παραβολή, γραφική παράσταση, άξονας παραβολής, συντελεστής α, μέγιστη τιμή, ελάχιστη τιμή, κατακόρυφη μετατόπιση, οριζόντια μετατόπιση, συντελεστής κ, τριώνυμο, γραφική παράσταση τριωνύμου, συντελεστής β, συντελεστής γ.

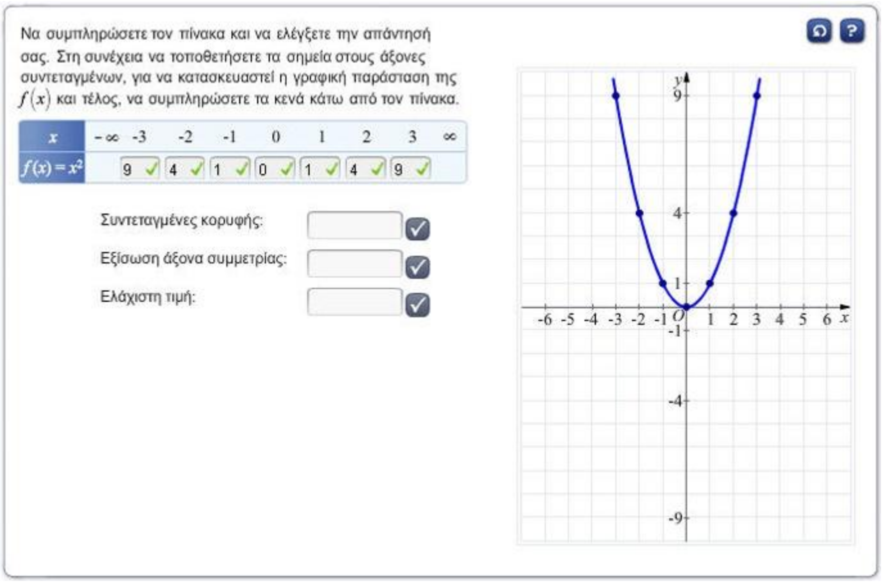
Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της ψ =αχ^2.
ΔΣ2	Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της ψ =αχ^2+γ
ΔΣ3	Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της ψ =(χ+κ)^2.
ΔΣ4	Αναγνωρίζουν τη σημασία των α, γ και κ στις πιο πάνω γραφικές παραστάσεις.
ΔΣ5	Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της ψ =αχ^2+βχ+γ

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5

<u>5.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Συμπλήρωση κενών πεδίων</u>



<u>5.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

Η παραβολή $y=5x^2$ έχει:

Απάντηση:

Κορυφή το (0,0) και άξονα συμμετρίας $x = 0$.

5.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν η παραβολή $y=αx^2$ περνά από το σημείο (-7, 12), τότε περνά και από το σημείο:

Απάντηση:

(7,12)

5.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η παραβολή $y = -x^2$ αν μετακινηθεί 2 μονάδες προς τα πάνω θα έχει εξίσωση:

Απάντηση:

$y = 2-x^2$

5.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η παραβολή $y = αx^2 + γ$ έχει μέγιστη τιμή, αν:

Απάντηση:

$α < 0$

5.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η παραβολή $y = (x + 3)^2$ είναι η μετατόπιση την παραβολή $y = x^2$ κατά 3 μονάδες:

Απάντηση:

Προς τα αριστερά.

5.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η μετατόπιση της παραβολής $y = x^2$ κατά 2 μονάδες δεξιά και στη συνέχεια κατά 3 μονάδες κάτω είναι η παραβολή με εξίσωση:

Απάντηση:

$y = x^2 - 4x + 1$

5.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η μετατόπιση της $y = x^2$ κατά 1 μονάδα προς τα δεξιά και 5 μονάδες προς τα πάνω είναι η παραβολή:

Απάντηση:

$y = (x-1)^2+5$

5.10. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιο από τα πιο κάτω ζευγάρια παραβολών έχουν:

1. τον ίδιο άξονα συμμετρίας

2. την ίδια κορυφή

3. μέγιστη τιμή

Απάντηση:

$y = -3x^2$, $y = -4x^2$

5.6 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ06_Η εξίσωση αx²+βx+γ=0_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 06
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ06_ Η εξίσωση αx²+βx+γ=0_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, τριώνυμο β’ βαθμού, γραφική παράσταση παραβολής, συντελεστής α, συντελεστής β, συντελεστής γ, διακρίνουσα Δ, κορυφή παραβολής, ρίζες τριωνύμου, πλήθος ριζών, πλήθος τομών με τον άξονα χ, κορυφή, μέγιστη τιμή, ελάχιστη τιμή.

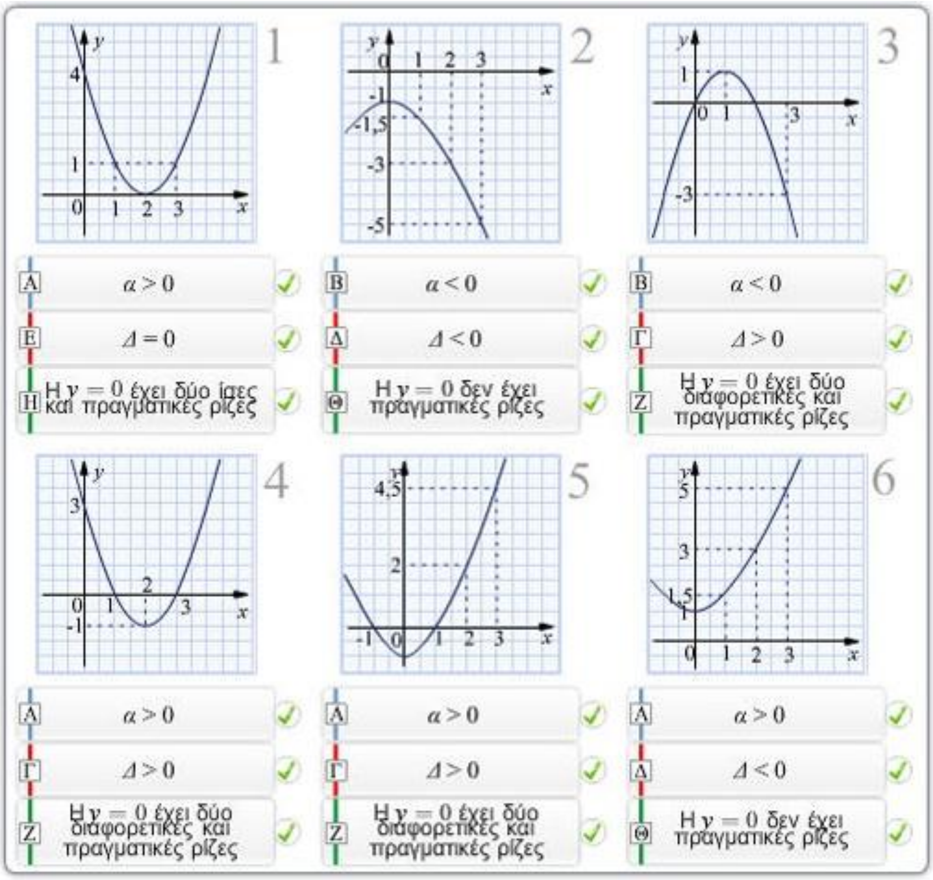
Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της $ψ=αχ^2+βχ+γ$
ΔΣ2	Κατανοήσουν ότι η $αχ^2+βχ+γ=0$, $α\neq 0$ • τέμνει τον άξονα των χ σε δύο σημεία αν $Δ>0$ • εφάπτεται του άξονα των χ, αν $Δ=0$ • δεν τέμνει τον άξονα των χ αν $Δ<0$, όπου $Δ=β^2-4αγ$ (η διακρίνουσα)
ΔΣ3	Κατανοήσουν ότι η $αχ^2+βχ+γ=0$, $α\neq 0$, • έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες, αν $Δ>0$ • έχει μία διπλή ρίζα, αν $Δ=0$ • δεν έχει πραγματικές ρίζες αν $Δ<0$
ΔΣ4	Λύνουν γραφικά την εξίσωση $αχ^2+βχ+γ=0$, $α\neq 0$

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3
<u>3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω</u> Να τοποθετήσετε κάτω από κάθε γραφική παράσταση τα κατάλληλα $α$ και $Δ$ και την αντίστοιχη δήλωση.

Απάντηση:



3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η γραφική παράσταση της $y = x^2 + 2x - 3$ τέμνει τον άξονα των x στα σημεία (-3,0) και (1,0), και τον άξονα των y στο σημείο (0,-3). Οι ρίζες της εξίσωσης $y = 0$, είναι:

Απάντηση:

Το -3 και το 1.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η γραφική παράσταση της $y = x^2 + 2x + 3$:

Απάντηση:

Δεν έχει κοινά σημεία με τον άξονα των x.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η παραβολή $y = x^2 + 6x + 9$:

Απάντηση:

Έχει δύο ρίζες πραγματικές και ίσες.

5.7 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ07_Το πρόσημο του τριωνύμου αx²+βx+γ=0, α≠0_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 07
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ07_ Το πρόσημο του τριωνύμου αx²+βx+γ=0, α≠0_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, πρόσημο τριωνύμου β' βαθμού, διακρίνουσα, συντελεστής α, ρίζες εξίσωσης, γραφική παράσταση, πρόσημο τριωνύμου.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Αναγνωρίζουν από τη γραφική παράσταση της ψ =αx²+βx +γ • Το πρόσημο του αx²+βx+γ=0 , $\alpha \neq 0$ για τις διάφορες τιμές του x • Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και του συντελεστή α.

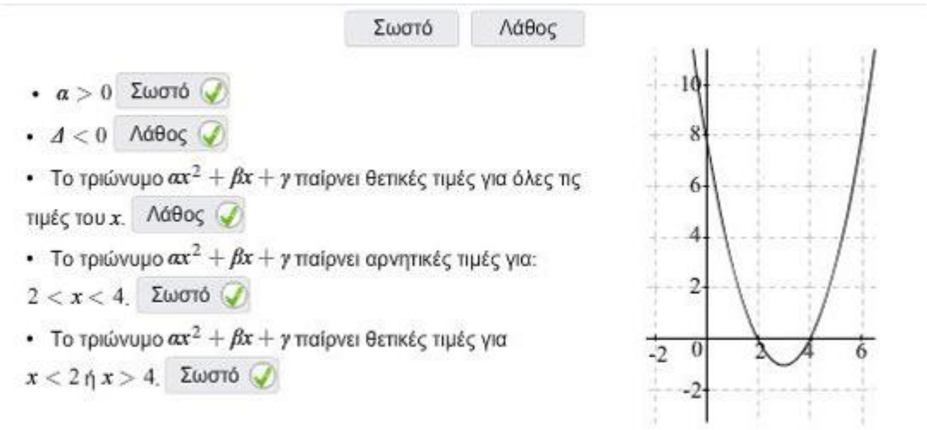
Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: : Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$. Να συμπληρώσετε με την κατάλληλη ένδειξη, τα πιο κάτω:

Απάντηση:



3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν το τριώνυμο $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$ είναι θετικό για όλες τις πραγματικές τιμές του x, τότε ισχύει:

Απάντηση:

$\Delta < 0$ και $\alpha > 0$

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το τριώνυμο που είναι αρνητικό για όλες τις πραγματικές τιμές του x είναι το:

Απάντηση:

$f(x) = -x^2 + x - 1$

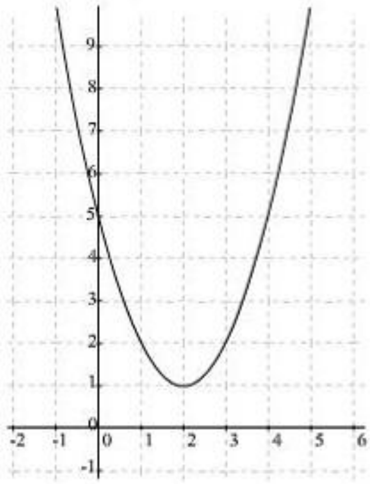
3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 4x + 5$. Να σύρετε τα σύμβολα

<, =, > στην κατάλληλη θέση, για να δηλώσετε το πρόσημο της αριθμητικής τιμής της συνάρτησης στις πιο κάτω περιπτώσεις.

<u>Απάντηση:</u>

- $f(-100)$ > 0
- $f(5)$ > 0
- $f(0)$ > 0
- $f(-2)$ > 0
- $f(1955)$ > 0
- $f(25)$ > 0

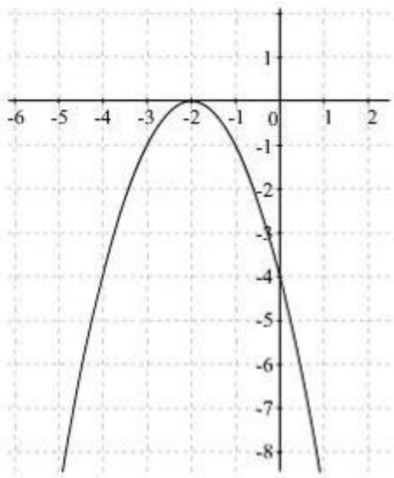


<u>3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω</u>

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x^2 - 4x - 4$. Να σύρετε τα σύμβολα <,=, > στην κατάλληλη θέση, για να δηλώσετε το πρόσημο της αριθμητικής τιμής της συνάρτησης στις πιο κάτω περιπτώσεις.

<u>Απάντηση:</u>

- (α) $f(-100)$ < 0
- (β) $f(5)$ < 0
- (γ) $f(0)$ < 0
- (δ) $f(-2)$ = 0
- (ε) $f(1955)$ < 0
- (στ) $f(25)$ < 0

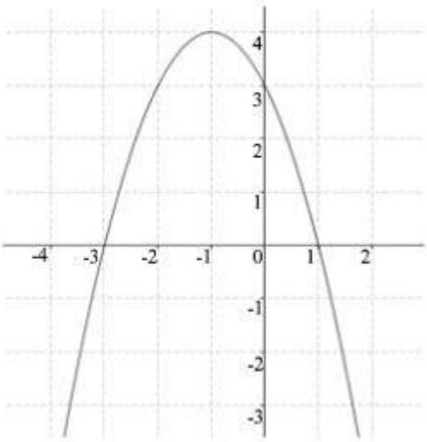


<u>3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω</u>

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x^2 - 2x + 8$. Να σύρετε τα σύμβολα <,=, > στην κατάλληλη θέση, για να δηλώσετε το πρόσημο της αριθμητικής τιμής της συνάρτησης στις πιο κάτω περιπτώσεις.

Απάντηση:

- (α) $f(-100)$ < 0
- (β) $f(5)$ < 0
- (γ) $f(0)$ > 0
- (δ) $f(-3)$ = 0
- (ε) $f(1955)$ < 0
- (στ) $f(-2)$ > 0
- (ζ) $f(1)$ = 0



5.8 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ08_Λύση ανίσωσης β’ βαθμού_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 08
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ08_ Λύση ανίσωσης β’ βαθμού _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ανίσωση β’ βαθμού, πρόσημο τριωνύμου β’ βαθμού, κλασματική ανίσωση, γραφική παράσταση συνάρτησης, ανίσωση β’ βαθμού.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Επιλύουν ανισώσεις β’ βαθμού σε συσχετισμό με το πρόσημο της αντίστοιχης συνάρτησης αφού πάρουν το διάστημα ή διαστήματα στα οποία αληθεύει η ανίσωση.
ΔΣ2	Επιλύουν κλασματικές ανισώσεις που περιέχουν ρητά κλάσματα.
ΔΣ3	Δίνουν λύσεις σε όλες τις πιο πάνω μορφές ανισώσεων γραφικά, με ανισοτικές σχέσεις ή και με τη μορφή διαστημάτων.

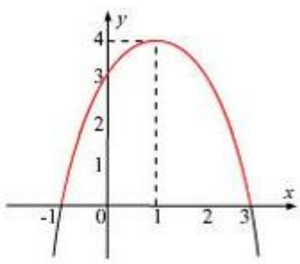
Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

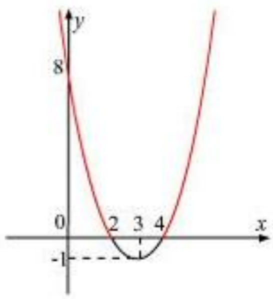
Στα σχήματα με κόκκινο χρώμα είναι σημειωμένα τα διαστήματα στα οποία επαληθεύονται οι αντίστοιχες ανισώσεις. Να συμπληρώσετε με την κατάλληλη ένδειξη:

Απάντηση:



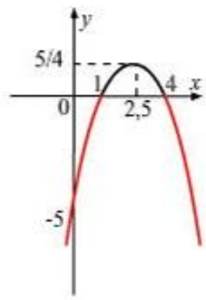
$-x^2+2x+3>0$

Σωστό



$x^2-6x+8<0$

Λάθος



$-x^2+5x-5<0$

Σωστό

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η ανίσωση $(x - 2)^2 > 0$ αληθεύει για:

Απάντηση:

$x \in \mathbb{R} - \{2\}$

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η ανίσωση $\frac{x}{(x-1)} \geq 0$ αληθεύει για:

Απάντηση:

$x \leq 0$ ή $x > 1$

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η ανίσωση $x^2 - 4 > 0$ αληθεύει για:

Απάντηση:

$x < -2$ ή $x > 2$

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η ανίσωση $2 - x^2 > 0$ αληθεύει για:

Απάντηση:

$-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$

5.9 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ09_Παραλληλόγραμμο_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 9
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ9_ Παραλληλόγραμμο _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, τετράπλευρα σχήματα, ιδιότητες παραλληλόγραμμο, ορισμός παραλληλόγραμμο, παράλληλες απέναντι πλευρές, κατασκευή παραλληλόγραμμο, ιδιότητες διαγώνιες παραλληλόγραμμο, παραπληρωματικές γωνιές παραλληλόγραμμο, περίμετρος παραλληλόγραμμο, άθροισμα γωνιών παραλληλόγραμμο, κριτήρια παραλληλόγραμμο, ίσες απέναντι πλευρές παραλληλόγραμμο, πλευρά παραλληλόγραμμο, γωνιά παραλληλόγραμμο, διαγώνιο παραλληλόγραμμο, εντός εναλλάξ γωνίες παραλληλόγραμμο, ίσες πλευρές παραλληλόγραμμο, απέναντι πλευρές παραλληλόγραμμο.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Διατυπώνουν τον ορισμό του παραλληλογράμμου
ΔΣ2	Αποδεικνύουν και διατυπώνουν τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων
ΔΣ3	Αποδεικνύουν και διατυπώνουν προτάσεις – κριτήρια για τα παραλληλόγραμμα
ΔΣ4	Διακρίνουν τη διαφορά μεταξύ των εννοιών "ιδιότητες παραλληλογράμμων" και "κριτήρια παραλληλογράμμων"

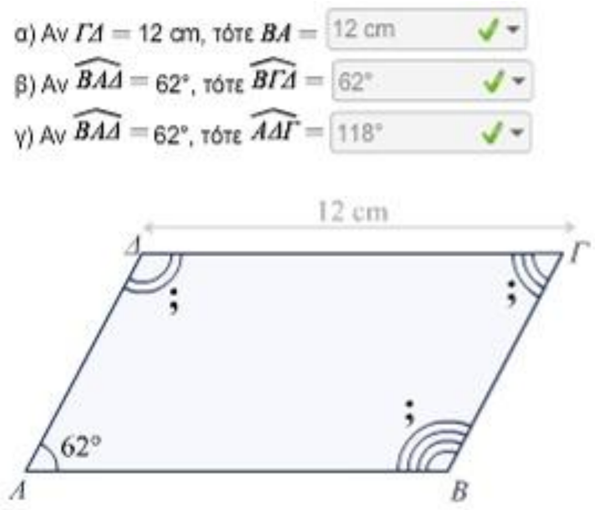
Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

Δίνεται παραλληλόγραμμο *ΑΒΓΔ*.

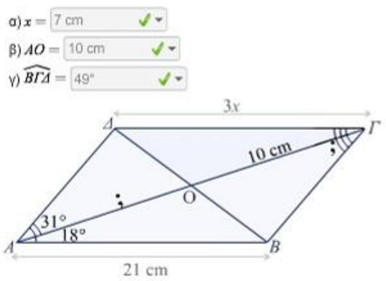
Απάντηση:



4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

Δίνεται παραλληλόγραμμο *ΑΒΓΔ* με *ΑΒ* = 21 cm, *ΓΔ* =3x, *ΟΓ* = 10 cm, $\widehat{\Gamma A \Delta}$ = 31°, $\widehat{B A \Gamma}$ = 18°.

Απάντηση:



4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

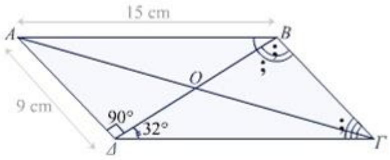
Δίνεται παραλληλόγραμμο *ΑΒΓΔ* με *ΑΒ* = 15 cm, *ΑΔ* = 9 cm, $\widehat{B\Delta A}$ = 90°, $\widehat{B\Delta\Gamma}$ = 32°.

Απάντηση:

α) $\widehat{ΓΒΔ} =$ 90°

β) $\widehat{ΑΒΓ} =$ 122°

γ) $\widehat{ΒΓΔ} =$ 58°



4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Οι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου είναι πάντα ίσες.

Απάντηση:

Πάντα

4.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Οι απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου είναι πάντοτε:

Απάντηση:

Ίσες

4.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου πάντοτε:

Απάντηση:

Διχοτομούνται

5.10 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ10_Ορθογώνιο Παραλληλόγραμμο_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 10
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ10_ Ορθογώνιο Παραλληλόγραμμο_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός ορθογωνίου, ορθές γωνίες, ιδιότητες ορθογωνίου , διαγώνιοι ορθογωνίου, κριτήρια ορθογωνίου, παραλληλόγραμμο με ορθή γωνία, παραλληλόγραμμο με ίσοι διαγώνιοι, διάμεσο ορθογώνιου τριγώνου, σχέση ενδιάμεσου με την υποτείνουσα, ορθογώνιο τρίγωνο 30 μοιρών, διάμεσο ορθογωνίου τριγώνου 30 μοιρών, μέσα πλευρών τριγώνου, παραλληλογράμμου, ορθογωνίου, ρόμβου, ίσοι διαγώνιοι, ορθογώνιο, ίσες πλευρές, ιδιότητες παραλληλογράμμου, απόδειξη ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
ΔΣ2	Αποδεικνύουν και εφαρμόζουν τις ιδιότητες του ορθογωνίου.
ΔΣ3	Αποδεικνύουν και εφαρμόζουν τις προτάσεις – κριτήρια του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

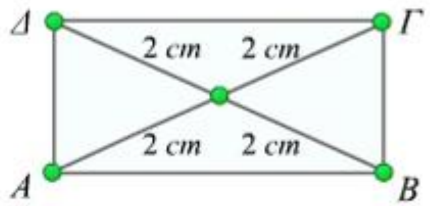
Ενότητα 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια από τις πιο κάτω δηλώσεις είναι ορθή για το τετράπλευρο ***ΑΒΓΔ***;

Απάντηση:

- Δεν είναι παραλληλόγραμμο.
- Οι διαγώνιοι του δεν είναι ίσοι.
- ✔ Το τετράπλευρο είναι ορθογώνιο.
- Το τετράπλευρο είναι ρόμβος.
- Οι διαγώνιοι του τετραπλεύρου δε διχοτομούνται.

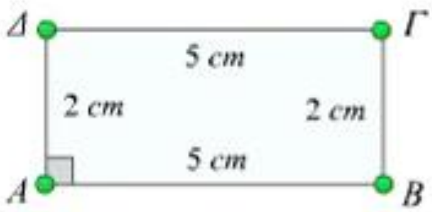


4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια από τις πιο κάτω δηλώσεις είναι ορθή για το τετράπλευρο ***ΑΒΓΔ***;

Απάντηση:

- Δεν είναι παραλληλόγραμμο
- Οι διαγώνιοι του δεν είναι ίσοι.
- ✔ Είναι ορθογώνιο.
- Οι διαγώνιοι του τετραπλεύρου δε διχοτομούνται.



4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

Να επιλέξετε ποιες από τις πιο κάτω δηλώσεις ισχύουν σε ένα ορθογώνιο.

Απάντηση:

Οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες.

Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.

Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.

Οι διαγώνιοι διχοτομούνται.

Οι διαγώνιοι είναι ίσες.

Όλες οι γωνίες είναι ορθές.

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Ενδεικτική Απάντηση:

Οι απέναντι γωνίες του τετραπλεύρου είναι ίσες, επομένως το τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο (κριτήρια παραλληλογράμμων). Αφού όλες οι γωνίες είναι ορθές , επομένως το παραλληλόγραμμο είναι ορθογώνιο.

5.11 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ11_Ο Ρόμβος_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 11
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ11_ Ο Ρόμβος _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός ρόμβου, ισόπλευρου τετραπλεύρου, απόδειξη ιδιοτήτων ρόμβου, σχέση παραλληλόγραμμου ρόμβου, ιδιότητες ρόμβου, κριτήρια ρόμβου, ιδιότητες παραλληλογράμμου, σχέση παραλληλογράμμου με ρόμβο, σχέση ρόμβου με τετράγωνο, ρόμβος.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Διατυπώνουν τον ορισμό του Ρόμβου
ΔΣ2	Αποδεικνύουν και διατυπώνουν τις ιδιότητες του ρόμβου
ΔΣ3	Διατυπώνουν και αποδεικνύουν προτάσεις -κριτήρια για τον ρόμβο.
ΔΣ4	Διακρίνουν την διαφορά μεταξύ των εννοιών «Ιδιότητες ρόμβων» και «Κριτήρια ρόμβων».

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ένα παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος, αν:

Απάντηση:

Οι διαγώνιοι του τέμνονται κάθετα.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Τι ισχύει;

Απάντηση:

Ένας ρόμβος με μια ορθή γωνία είναι τετράγωνο.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος, αν:

Απάντηση:

Είναι παραλληλόγραμμο και μία διαγώνιος του διχοτομεί μία γωνία του.

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Σε τι είδους τρίγωνα χωρίζεται ο ρόμβος από τις διαγωνίους του;

Απάντηση:

Ορθογώνια

5.12 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ12_Στοιχεία κύκλου, σχέσεις γωνιών, αντίστοιχων τόξων και χορδών_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 12
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ12_ Στοιχεία κύκλου, σχέσεις γωνιών, αντίστοιχων τόξων και χορδών _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός κύκλου, κύκλος, κέντρο, ακτίνα, περιφέρεια κύκλου, στοιχεία του κύκλου, γωνία, τόξο, χορδές, χορδή, διάμετρος, απόστημα, ίσοι κύκλοι, επίκεντρη γωνία, μέτρο, επίκεντρη γωνία – αντίστοιχο τόξο – αντίστοιχη χορδή, αντίστοιχο τόξο, μήκος χορδής, μέσο τόξου – αντίστοιχη χορδή, μέσο τόξου, αντίστοιχη χορδή, εφαρμογή, κάθετη, Δραστηριότητα αξιολόγησης, κυκλικός δίσκος, ίσοι κύκλοι.
Επιστημονική/Θεωρητική Γνώση για σκοπούς Εκπαιδευτικού	• Κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα r, λέγεται το επίπεδο σχήμα του οποίου όλα τα σημεία απέχουν από το Ο απόσταση ίση με r. Ένας κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα r συμβολίζεται με (O,r). • Θεωρούμε έναν κύκλο με κέντρο Ο και δύο σημεία του Α και Β. Η ευθεία που ενώνει τα σημεία Α και Β χωρίζει τον κύκλο σε δύο μέρη. Καθένα από τα μέρη αυτά λέγεται τόξο του κύκλου με άκρα τα Α και Β και συμβολίζεται με $\overset{\frown}{AB}$. Το ευθύγραμμο τμήμα που ορίζεται από τα άκρα Α, Β ενός τόξου λέγεται χορδή του τόξου. Η χορδή ενός τόξου λέγεται και χορδή του κύκλου. Το μοναδικό κάθετο τμήμα που άγεται από το κέντρο Ο προς τη χορδή ΑΒ λέγεται απόστημα της χορδής. Μια χορδή που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου λέγεται διάμετρος του κύκλου. • Δύο κύκλοι λέγονται ίσοι όταν ο ένας με κατάλληλη μετατόπιση

	ταυτίζεται με τον άλλο. Είναι φανερό ότι δύο κύκλοι είναι ίσοι, αν και μόνο αν έχουν ίσες ακτίνες. • Μία γωνία λέγεται επίκεντρη, όταν η κορυφή της είναι το κέντρο ενός κύκλου. Οι πλευρές της επίκεντρης γωνίας τέμνουν τον κύκλο σε δύο σημεία. Το τόξο που βρίσκεται στο εσωτερικό της γωνίας και έχει άκρα τα σημεία τομής της με τον κύκλο λέγεται αντίστοιχο τόξο της επίκεντρης γωνίας. Επίσης λέμε ότι η επίκεντρη γωνία βαίνει στο τόξο. Το μέτρο ενός τόξου ισούται με το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας. • Στον ίδιο κύκλο (ή σε ίσους κύκλους), σε ίσες χορδές, αντιστοιχούν ίσες επίκεντρες γωνίες και αντίστροφα. • Στον ίδιο κύκλο (ή σε ίσους κύκλους), σε ίσες χορδές, αντιστοιχούν ίσα τόξα και αντίστροφα. • Η ευθεία που περνά από το κέντρο ενός κύκλου και από το μέσο ενός τόξου του ίδιου κύκλου είναι κάθετη πάνω στην αντίστοιχη χορδή και περνά από το μέσο της.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν τον κύκλο ως το σύνολο των σημείων του επιπέδου που απέχουν εξίσου από σταθερό σημείο. • αναγνωρίζουν και ορίζουν: • το κέντρο και την ακτίνα. • τη χορδή, τη διάμετρο και το τόξο κύκλου. • το απόστημα χορδής. • τον κυκλικό δίσκο ενός κύκλου. • την ισότητα δύο κύκλων. • αναγνωρίζουν και ορίζουν: μια επίκεντρη γωνία και αναφέρουν τη σχέση που συνδέει το μέτρο της με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου.
ΔΣ2	Αναφέρουν και αποδεικνύουν τις πιο κάτω προτάσεις: • στον ίδιο κύκλο (ή σε ίσους κύκλους) σε ίσες χορδές αντιστοιχούν ίσες επίκεντρες γωνίες και αντίστροφα. • στον ίδιο κύκλο (ή σε ίσους κύκλους) σε ίσες χορδές αντιστοιχούν ίσα τόξα και αντίστροφα. • η ευθεία που περνά από το κέντρο ενός κύκλου και από το μέσο ενός τόξου του ίδιου κύκλου είναι κάθετη πάνω στην αντίστοιχη χορδή και περνά από το μέσο της (καθώς και τις παραλλαγές της πρότασης αυτής)

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: : Ανοικτού τύπου

Να δώσετε τον ορισμό του κύκλου (O,r).

Ενδεικτική Απάντηση:

Κύκλος με κέντρο O και ακτίνα r λέγεται το επίπεδο σχήμα του οποίου όλα τα σημεία απέχουν από το *O* απόσταση ίση με *r*.

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Πότε δύο κύκλοι λέγονται ίσοι;

Ενδεικτική Απάντηση:

Δύο κύκλοι λέγονται ίσοι, όταν έχουν ίσες ακτίνες.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Τι είναι διάμετρος ενός κύκλου και ποια η σχέση της με την ακτίνα του κύκλου;

Ενδεικτική Απάντηση:

Διάμετρος ενός κύκλου είναι μία χορδή που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου. Η διάμετρος είναι διπλάσια της ακτίνας του κύκλου.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Τι είναι τόξο κύκλου με άκρα *Α, Β* και τι είναι η αντίστοιχη χορδή του;

Ενδεικτική Απάντηση:

Τόξο είναι το μέρος του κύκλου που βρίσκεται μεταξύ των σημείων *Α* και *Β* (Α,Β ανήκουν στην περιφέρεια του κύκλου). Χορδή είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ορίζεται από τα άκρα ενός τόξου.

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Πώς ορίζεται η ισότητα και η ανισότητα δύο τόξων ενός κύκλου;

Ενδεικτική Απάντηση:

Δύο τόξα του ίδιου κύκλου ή ίσων κύκλων λέγονται ίσα, όταν με κατάλληλη μετατόπιση το ένα ταυτίζεται με το άλλο. Ένα τόξο λέγεται μεγαλύτερο από το άλλο, όταν μετά από κατάλληλη μετατόπιση το ένα ταυτίζεται με μέρος του άλλου.

3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ανοικτού τύπου

Τι είναι επίκεντρη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της;

Ενδεικτική Απάντηση:

Μία γωνία λέγεται επίκεντρη, όταν η κορυφή της είναι το κέντρο του κύκλου. Το τόξο, που περιέχεται στο εσωτερικό της γωνίας και έχει τα άκρα του τα σημεία τομής της γωνίας με τον κύκλο, λέγεται αντίστοιχο τόξο της επίκεντρης γωνίας.

3.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Ποια σχέση ισότητας – ανισότητας υπάρχει μεταξύ επίκεντρων γωνιών και αντίστοιχων τόξων;

Απάντηση:

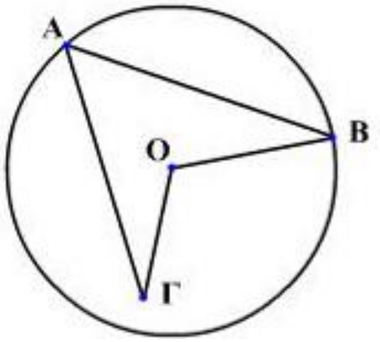
Δύο τόξα ενός κύκλου είναι ίσα, αν και μόνο αν οι επίκεντρες γωνίες που βαίνουν σε αυτά είναι ίσες.
Δύο τόξα ενός κύκλου είναι άνισα, όταν οι αντίστοιχες επίκεντρες γωνίες που βαίνουν σε αυτά είναι άνισες.

3.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (*O, r*). Η ακτίνα του κύκλου είναι το ευθύγραμμο τμήμα:

Απάντηση:

- *ΑΒ*
- *ΟΓ*
- *ΑΓ*
- ✔ *ΟΒ*
- Κανένα από τα πιο πάνω

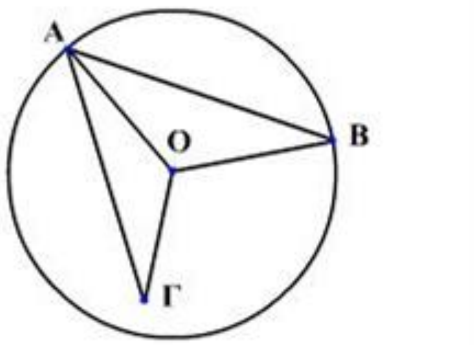


3.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (*O, r*). Επίκεντρη είναι η γωνία:

Απάντηση:

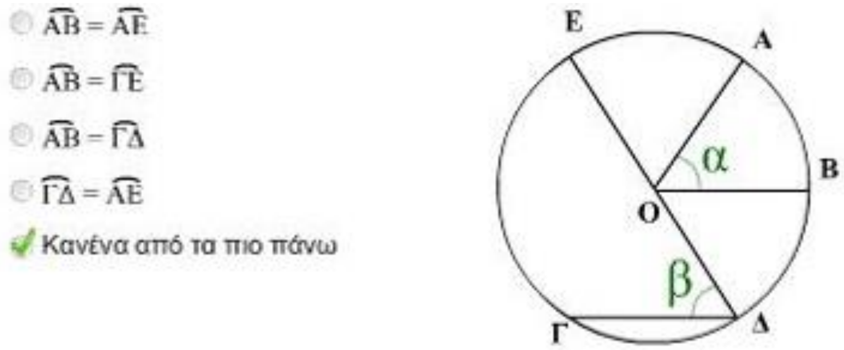
- $\widehat{ΑΓΟ}$
- $\widehat{ΓΒΟ}$
- $\widehat{ΑΒΟ}$
- ✔ $\widehat{ΑΟΒ}$
- $\widehat{ΓΑΒ}$



3.10. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (*Ο, r*). Αν οι γωνίες α και β είναι ίσες, τότε ισχύει:

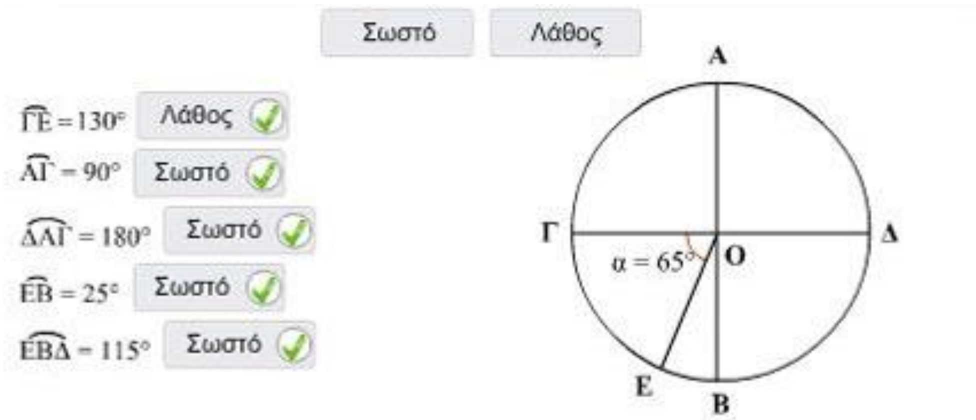
Απάντηση:



3.11. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Στο σχήμα δίνεται ο κύκλος (Ο, r). ΑΒ και ΓΔ είναι δύο κάθετες διάμετροι του κύκλου και η $\widehat{\Gamma O E}$ = 65º

Απάντηση:



3.12. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Στο σχήμα δίνεται ο κύκλος (*Ο , r*). Αν $\widehat{B\Gamma} = \frac{1}{3} \cdot \widehat{A\Gamma}$, τότε:

Απάντηση:

5.13 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ13_ Στοιχεία κύκλου, σχέσεις γωνιών, αντίστοιχων τόξων και χορδών_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 13
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ13_Στοιχεία κύκλου, σχέσεις γωνιών, αντίστοιχων τόξων και χορδών _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός, εγγεγραμμένη, επίκεντρη, ίσα τόξα, ημικύκλιο, χορδή, εφαπτομένη, μέτρο τόξου, κύκλος, γωνία.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν και αναγνωρίζουν μια εγγεγραμμένη γωνία και το αντίστοιχο τόξο της.
ΔΣ2	Αποδεικνύουν και εφαρμόζουν σε ασκήσεις ότι: - κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας. - Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου. - Στο ίδιο τόξο (ή σε ίσα τόξα) αντιστοιχούν ίσες εγγεγραμμένες

	γωνίες (και αντίστροφα). - Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή (και αντίστροφα). Αποδεικνύουν ότι η γωνία που σχηματίζεται από χορδή και εφαπτομένη στο άκρο της χορδής ισούται με την εγγεγραμμένη που βαίνει στο τόξο της χορδής.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία;

Ενδεικτική Απάντηση:

Μια γωνία $\widehat{BA\Gamma}$ της οποίας η κορυφή *Α* είναι σημείο του κύκλου και οι πλευρές της *ΑΒ* και *ΑΓ* είναι τέμνουσες του κύκλου λέγεται εγγεγραμμένη γωνία στον κύκλο.

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Ποια είναι η σχέση ανάμεσα σε μια εγγεγραμμένη γωνία και το μέτρο του τόξου στο οποίο βαίνει η γωνία;

Ενδεικτική Απάντηση:

Το μέτρο της εγγεγραμμένης γωνίας ισούται με το μισό του μέτρου του τόξου στο οποίο βαίνει η γωνία.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Ποια είναι η σχέση ανάμεσα σε δύο εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν σε ίσα τόξα;

Ενδεικτική Απάντηση:

Τα μέτρα των δύο γωνιών είναι ίσα.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Ποια είναι η σχέση ανάμεσα σε μια εγγεγραμμένη γωνία και μια επίκεντρη γωνία που βαίνουν σε ίσα τόξα;

<u>Ενδεικτική Απάντηση:</u>

Το μέτρο της εγγεγραμμένης γωνίας ισούται με το μισό του μέτρου της επίκεντρης γωνίας που βαίνει σε ίσο με την εγγεγραμμένη γωνία τόξο.

<u>3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου</u>

Ποια είναι η σχέση ανάμεσα σε μια γωνία που σχηματίζεται από χορδή και εφαπτομένη και της εγγεγραμμένης γωνίας που βαίνει στο αντίστοιχο τόξο της χορδής;

<u>Ενδεικτική Απάντηση:</u>

Η γωνία που σχηματίζεται από μια χορδή κύκλου και την εφαπτομένη στο άκρο της χορδής ισούται με την εγγεγραμμένη που βαίνει στο αντίστοιχο τόξο της χορδής.

<u>3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

Αν $\hat{\varphi}$και $\hat{\omega}$ είναι αντίστοιχα η εγγεγραμμένη και η επίκεντρη γωνία που βαίνουν στο ίδιο τόξο ενός κύκλου, τότε:

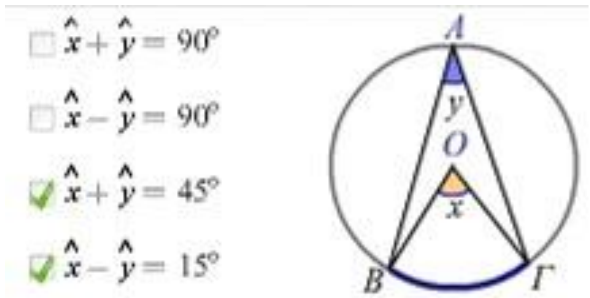
<u>Απάντηση:</u>

$\hat{\omega} = 2\,\hat{\varphi}$

<u>3.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

Στο σχήμα, ποιες σχέσεις είναι σωστές αν η γωνία $\hat{x}$ ισούται με 30°;

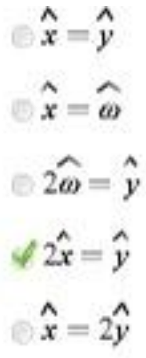
<u>Απάντηση:</u>

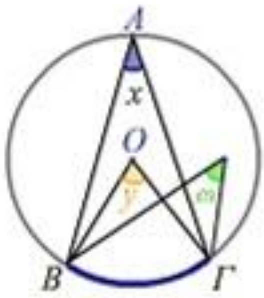


<u>3.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

Ποια σχέση είναι σωστή στο σχήμα;

<u>Απάντηση:</u>

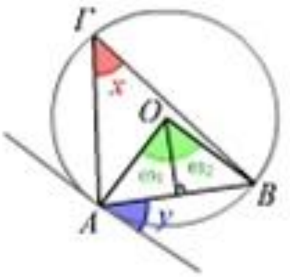




3.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

Στο σχήμα, ποιες σχέσεις είναι σωστές;

<u>Απάντηση:</u>



5.14 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ14_Όμοια τρίγωνα- όμοια πολύγωνα_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 14
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ14_ Όμοια τρίγωνα- όμοια πολύγωνα _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, όμοια αντικείμενα, όμοια σχήματα, όμοια σχήματα μεγέθυνση, όμοια σχήματα σμίκρυνση, γωνίες όμοιων τριγώνων, λόγος πλευρών όμοιων τριγώνων, ιδιότητες όμοιων τριγώνων, σχέση όμοιων τριγώνων, κριτήρια όμοιων τριγώνων, όμοια παραλληλόγραμμα, κριτήρια όμοιων παραλληλογράμμων, ομοιότητα τριγώνων, όμοια τρίγωνα κοινή γωνία, μέτρηση ύψους, εφαρμογή όμοια τρίγωνα, εφαρμογή κριτήρια όμοια σχήματα, όμοια επίπεδα ευθύγραμμα σχήματα, ίσα τρίγωνα, εφαρμογή ιδιότητες ομοίων τριγώνων, εφαρμογή ομοιότητας τριγώνων, μεσοκάθετη, όμοια ισόπλευρα, όμοια ισοσκελή, όμοια τρίγωνα, όμοια πολύγωνα.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Αναγνωρίζουν όμοια αντικείμενα (2 ή 3 διαστάσεων) στο περιβάλλον τους.
ΔΣ2	Ανακαλύπτουν επαγωγικά τις ιδιότητες πολυγώνων που συνδέονται με σχέση μεγέθυνσης/ σμίκρυνσης.
ΔΣ3	Διατυπώνουν τον ορισμό των όμοιων πολυγώνων και των σχετικών εννοιών των ομολόγων κορυφών και ομολόγων πλευρών και του λόγου

	ομοιότητας δύο πολυγώνων.
ΔΣ4	Αποδεικνύουν και εφαρμόζουν τα κριτήρια ομοιότητας τριγώνων.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Πότε δύο επίπεδα ευθύγραμμα σχήματα λέγονται όμοια;

Ενδεικτική Απάντηση:

Δύο επίπεδα ευθύγραμμα σχήματα λέγονται όμοια, αν έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις γωνίες που σχηματίζονται από ομόλογες πλευρές τους ίσες μία προς μία.

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Δύο τρίγωνα όμοια είναι και ίσα;

Ενδεικτική Απάντηση:

Δύο τρίγωνα είναι ίσα τότε και μόνο τότε όταν ο λόγος ομοιότητάς τους ισούται με 1.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Πότε δύο ορθογώνια είναι όμοια;

Ενδεικτική Απάντηση:

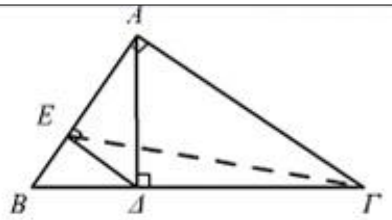
Δύο ορθογώνια έχουν πάντοτε τις γωνίες τους ίσες μία προς μία. Είναι όμοια όταν έχουν και τις πλευρές τους ανάλογες.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο *ΑΒΓ* είναι ορθογώνιο με $\widehat{A} = 90°$. Αν $ΑΔ \perp ΒΓ$, $ΕΔ \perp ΑΒ$ τότε το τρίγωνο *ΑΔΕ* ΔΕΝ είναι όμοιο με το τρίγωνο:

Απάντηση:

- ΑΒΓ
- ΑΔΓ
- ΑΔΒ
- ΕΒΔ
- ✔ ΑΕΓ

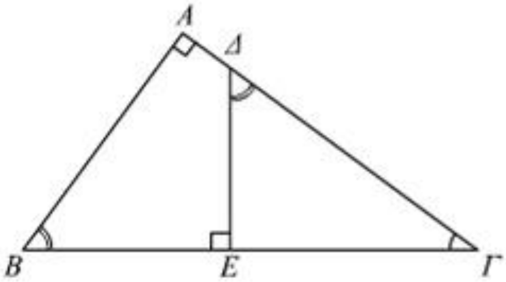


3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Στο ορθογώνιο τρίγωνο *ΑΒΓ* ($\widehat{A}$= 90°), *ΔΕ* ⊥ *ΒΓ*. Αν *ΑΒ* = 6 cm, *ΑΓ* = 8 cm και *ΔΕ* = 4 cm, τότε το *ΕΓ* ισούται με:

Απάντηση:

- 5 cm
- 6 cm
- $\frac{19}{3}$ cm
- ✔ $\frac{16}{3}$ cm
- $\frac{20}{3}$ cm

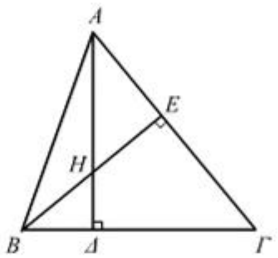


3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Στο οξυγώνιο τρίγωνο *ΑΒΓ* τα *ΑΔ* και *ΒΕ* είναι ύψη. Το τρίγωνο *ΑΗΕ* είναι όμοιο με το:

Απάντηση:

- ΑΗΓ
- ΔΗΕ
- ✔ ΔΗΒ
- ΑΗΒ
- ΑΒΓ



3.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Δίνονται οι προτάσεις:

α) Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια.

β) Δύο ισοσκελή τρίγωνα είναι όμοια.

γ) Δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα είναι όμοια.

δ) Δύο παραλληλόγραμμα με μια γωνία ίση είναι όμοια.

Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι αληθείς;

Απάντηση:

η (α) και η (γ)

5.15 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ15_Μετρικές σχέσεις στο ορθογώνιο τρίγωνο_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 15
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ15_Μετρικές σχέσεις στο ορθογώνιο τρίγωνο _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, προβολή, άξονας, εφαρμογή, απόδειξη, (ΑΒ) ² = (ΒΓ) (ΒΔ), απόδειξη, (ΑΔ) ² = (ΔΒ) (ΔΓ), (ΒΓ) (ΑΔ) = (ΑΒ) (ΑΓ), πυθαγόρειο θεώρημα, σχέσεις, μήκος, προβολή, υποτείνουσα, μετρικές σχέσεις σε ορθογώνιο τρίγωνο.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Χρησιμοποιούν ορθά τους όρους : Προβολή σημείου σε άξονα, προβολικός άξονας, προβάλλουσα σημείου.
ΔΣ2	Κατασκευάζουν την ορθή προβολή σημείου και ευθύγραμμου τμήματος σε ευθεία. Προβάλλουν οποιαδήποτε πλευρά τριγώνου πάνω σε άλλη πλευρά. Αποδεικνύουν σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($Α=90^0$) τις σχέσεις:
ΔΣ3	$(ΑΒ)^2=(ΒΓ)(ΔΒ)$
ΔΣ4	$(ΒΓ)^2=(ΑΒ)^2+(ΑΓ)^2$
ΔΣ5	$(ΑΔ)^2=(ΔΒ)(ΔΓ)$
ΔΣ6	$(ΒΓ)(ΑΔ)=(ΑΒ)(ΑΓ)$
ΔΣ7	Διατυπώνουν συμβολικά και λεκτικά τις μετρικές σχέσεις σε ορθογώνιο τρίγωνο και τις εφαρμόζουν σε ασκήσεις.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

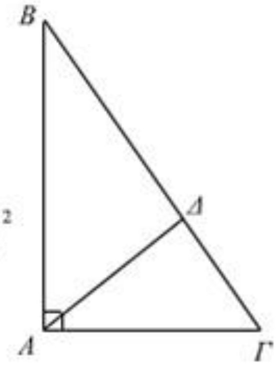
ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Με βάση το ορθογώνιο τρίγωνο ($\widehat{A} = 90°$), ποια από τις πιο κάτω σχέσεις είναι λανθασμένη;

Απάντηση:

- $(A\Delta)^2 = (B\Delta)(\Delta\Gamma)$
- $(AB)^2 = (B\Delta)(B\Gamma)$
- ✔ $(A\Gamma)^2 = (B\Delta)(\Delta\Gamma)$
- $(AB)^2 + (A\Gamma)^2 = (B\Gamma)^2$

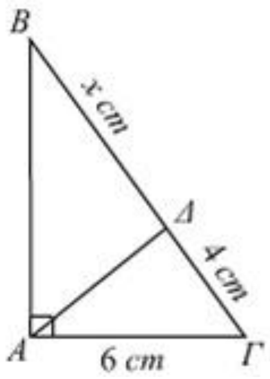


4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος *ΔΒ* είναι:

Απάντηση:

- 3 *cm*
- 4 *cm*
- ✔ 5 *cm*
- 6 *cm*
- 7 *cm*

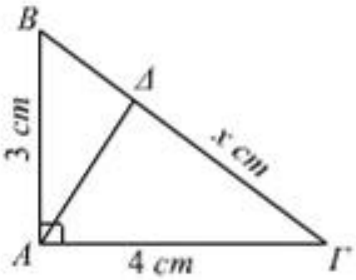


4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η *ΔΓ* ισούται με:

Απάντηση:

- 2 *cm*
- 3 *cm*
- 2,2 *cm*
- ✓ 3,2 *cm*
- 3,5 *cm*

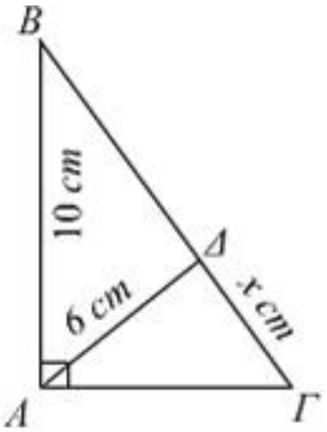


4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η *ΔΓ* ισούται με:

Απάντηση:

- 5,5 *cm*
- 8 *cm*
- 4 *cm*
- 5 *cm*
- ✓ 4,5 *cm*

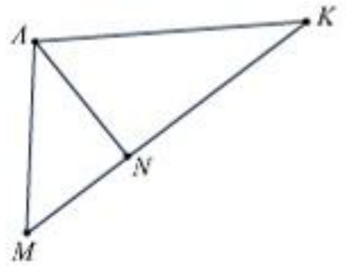


4.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Στο σχήμα το τρίγωνο *ΚΛΜ* είναι ορθογώνιο ($\hat{\Lambda} = 90°$). Το *ΛΝ* είναι το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

<u>Απάντηση:</u>

1. Η $ΛΜ$ είναι η προβολή της $ΚΜ$ πάνω σε αυτήν. Σωστό
2. Η $ΜΝ$ είναι η προβολή της $ΚΛ$ πάνω στην υποτείνουσα. Λάθος
3. Η $ΚΝ$ είναι η προβολή της $ΚΛ$ πάνω στην υποτείνουσα. Σωστό
4. Η $ΛΝ$ είναι η προβολή της $ΛΜ$ πάνω στην υποτείνουσα. Λάθος



5.16 ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ16_Τριγωνομετρικοί Αριθμοί – Τριγωνομετρικός Κύκλος_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 16
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Α_ΨΕΠ16_Τριγωνομετρικοί Αριθμοί – Τριγωνομετρικός Κύκλος _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, τεταρτημόριο, γωνία, ημίτονο, συνημίτονο, εφαπτομένη, εφθ, πρόσημο, παραπληρωματικές, 180 – θ, σημείο, ημ(180 – ω), ημω, συν(180 – ω), -συνω, τριγωνομετρικοί αριθμοί, τριγωνομετρικός κύκλος.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν την τριγωνομετρική γωνία και τον τριγωνομετρικό κύκλο και βρίσκουν γωνίες που έχουν το ίδιο τέλος στον τριγωνομετρικό κύκλο.
ΔΣ2	Ορίζουν τον τριγωνομετρικό κύκλο τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημίτονο, συνημίτονο και εφαπτομένη γωνίας.
ΔΣ3	Βρίσκουν με χρήση του τριγωνομετρικού κύκλου, το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών γωνίας.
ΔΣ4	Ανακαλύπτουν και εφαρμόζουν τις σχέσεις που συνδέουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς δύο παραπληρωματικών γωνιών: ημ(180-x)=ημx, συν(180-x)=-συνx, εφ(180-x)=-εφx

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν το ημ x είναι θετικό και το συν x είναι αρνητικό, τότε το x βρίσκεται στο:

Απάντηση:

2° τεταρτημόριο.

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν το σημείο $M(x, y)$ αντιστοιχεί στη γωνία θ, τότε στη γωνία (180 - θ) αντιστοιχεί το σημείο:

Απάντηση:

Ε(-x, y)

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το ημ (180 - ω) ισούται με:

Απάντηση:

ημ $\boldsymbol{\omega}$

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το συν (180 - ω) ισούται με:

Απάντηση:

$-$συν $\boldsymbol{\omega}$

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν η γωνία θ ανήκει στο τρίτο τεταρτημόριο τότε ισχύει:

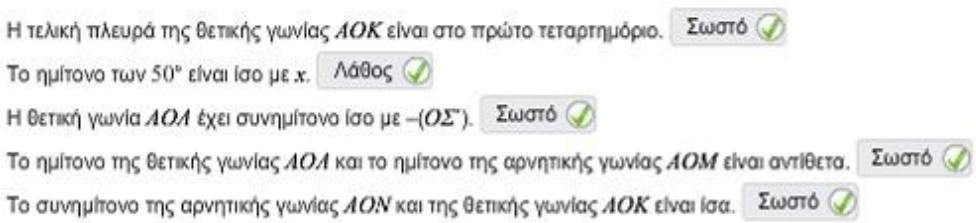
Απάντηση:

ημ $\boldsymbol{\theta} < \mathbf{0}$, συν $\boldsymbol{\theta} < \mathbf{0}$, εφ $\boldsymbol{\theta} > \mathbf{0}$

3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Με βάση το σχήμα να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα. Τα *Α* και *Α΄* βρίσκονται πάνω στον άξονα των τετμημένων και τα *Β* και *Β΄* στον άξονα των τεταγμένων.

Απάντηση:



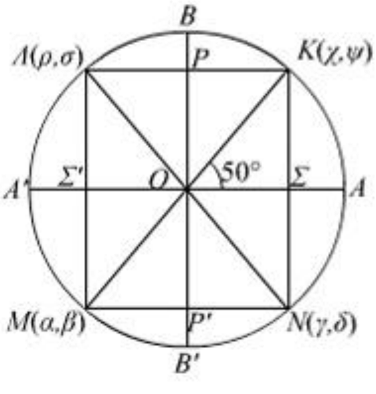
Η τελική πλευρά της θετικής γωνίας AOK είναι στο πρώτο τεταρτημόριο. Σωστό

Το ημίτονο των 50° είναι ίσο με x. Λάθος

Η θετική γωνία $AO\Lambda$ έχει συνημίτονο ίσο με $-(O\Sigma')$. Σωστό

Το ημίτονο της θετικής γωνίας $AO\Lambda$ και το ημίτονο της αρνητικής γωνίας AOM είναι αντίθετα. Σωστό

Το συνημίτονο της αρνητικής γωνίας AON και της θετικής γωνίας AOK είναι ίσα. Σωστό



5.17 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ01_Σύνθεση συναρτήσεων_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 01
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ01_ Σύνθεση συναρτήσεων _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός, σύνολα, πεδίο ορισμού, πεδίο τιμών, γραφική παράσταση, κατασκευή, αντιμεταθετική ιδιότητα, όχι πάντοτε, εφαρμογή, αντιστοίχιση, προσεταιριστική ιδιότητα, πάντοτε, lnx, f(x), g(x), γραφική παράσταση, x^2, σύνθεση, συνάρτηση.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	ορίζουν ότι: Αν $f: A \mapsto R$ και $g: B \mapsto R$ με $f(A) \subseteq B$, τότε η σύνθεση της f με τη g είναι η συνάρτηση $g \circ f: A \mapsto R$, $x \longmapsto (g \circ f)(x) = g(f(x))$
ΔΣ2	βρίσκουν τη συνάρτηση $g(f(x))$ αν πληρείται η προϋπόθεση $f(A) \subseteq B$.
ΔΣ3	εκφράζουν μια (σύνθετη) συνάρτηση ως σύνθεση δύο ή τριών συναρτήσεων.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ανοικτού τύπου

Αν $f: A \to \mathbb{R}$ και $g: B \to \mathbb{R}$, πότε ορίζεται η $g \circ f$; Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της;

Ενδεικτική Απάντηση:

Η $g \circ f$ ορίζεται όταν η τομή του πεδίο τιμών της f και του πεδίου ορισμού της g δεν είναι κενό σύνολο. Το πεδίο ορισμού της είναι το υποσύνολο του πεδίου ορισμού της f του οποίου η εικόνα βρίσκεται στο πεδίο ορισμού της gf .

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ανοικτού τύπου

Για τη σύνθεση των συναρτήσεων ισχύει γενικά η αντιμεταθετική ιδιότητα: $g \circ f = f \circ g$;

Ενδεικτική Απάντηση:

Για τη σύνθεση συναρτήσεων δεν ισχύει πάντοτε η αντιμεταθετική ιδιότητα.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ανοικτού τύπου

Για τη σύνθεση των συναρτήσεων ισχύει γενικά η προσεταιριστική ιδιότητα: $(g\circ f)h = g(f\circ h)$;

Ενδεικτική Απάντηση:

Για τη σύνθεση συναρτήσεων ισχύει πάντοτε η προσεταιριστική ιδιότητα.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Αν $f(x) = \ln x$ και $g(x) = 4 - x^2$, τότε το πεδίο ορισμού της $f\circ g$ είναι:

Απάντηση:

(-2, 2)

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Αν $f(x) = x^4 - 4x^3 + 7$, $x \in \mathbb{R}$ και $g(x) = 7$, $x \in \mathbb{R}$, τότε η συνάρτηση $g\circ f$ έχει τύπο:

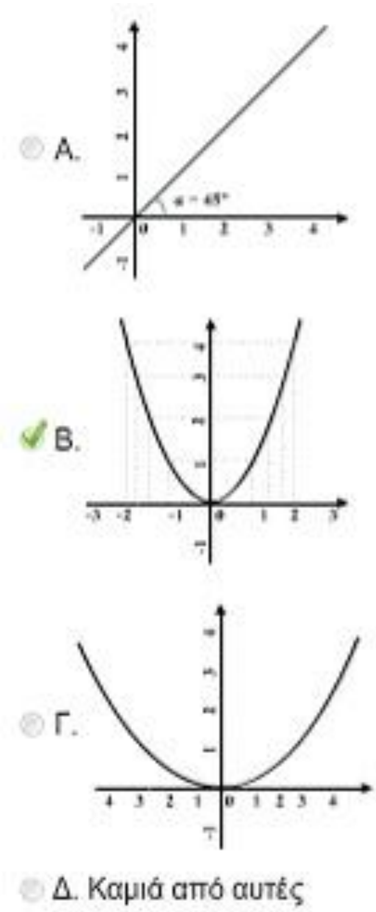
Απάντηση:

7

3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Δίνονται οι συναρτήσεις $h(x) = x$ και $g(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$. Αν $f(x) = (g \circ h)(x)$, τότε η γραφική παράσταση της f είναι:

Απάντηση:



5.18 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ02_Συνάρτηση 1-1, Αντίστροφη συνάρτηση_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 02
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ02_ Συνάρτηση 1-1, Αντίστροφη συνάρτηση _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός 1-1 συνάρτησης, εξίσωση και γραφική παράσταση αντίστροφης συνάρτησης, πολύγωνο.
Επιστημονική/Θεωρητική Γνώση για σκοπούς Εκπαιδευτικού	• Μία συνάρτηση f: A → B λέγεται ένα προς ένα (1-1) αν $\forall x_1, x_2 \in A$ με $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ ή ισοδύναμα, αν $f(x_1) = f(x_2)$ τότε $x_1 = x_2$. Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει ότι μια συνάρτηση f: A → B είναι 1-1, αν και μόνο αν: ○ Για κάθε $y \in f(A)$ η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς χ. ○ Δεν υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη. • Έστω μια συνάρτηση f: A → R για την οποία υποθέτουμε ότι είναι ένα προς ένα. Τότε για κάθε $y \in f(A)$ υπάρχει μοναδικό $x \in A$ για το οποίο $f(x) = y$. Επομένως ορίζεται συνάρτηση g: f(A)→ R με την οποία κάθε $y \in f(A)$ αντιστοιχίζεται στο μοναδικό $x \in A$ για το οποίο $f(x) = y$. Η συνάρτηση g: ○ Έχει πεδίο ορισμού το σύνολο τιμών $f(A)$ της f ○ Έχει σύνολο τιμών το πεδίο ορισμού A της f και ○ Ισχύει η ισοδυναμία $f(x) = y \Leftrightarrow g(y) = x$. • Η συνάρτηση g: f(A)→ R λέγεται αντίστροφη συνάρτηση της f και συμβολίζεται με f^{-1}. Επομένως έχουμε: ○ $f: A \to B \Leftrightarrow f^{-1}: B \to A$

	○ $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y) \quad \forall x \in R, y \in B$ • Η συνάρτηση f είναι ένα-προς-ένα και ας θεωρήσουμε τις γραφικές παραστάσεις των f και f^{-1} στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Επειδή $f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$, αν ένα σημείο Μ(α,β) ανήκει στη γραφική παράσταση της f, τότε το σημείο Μ'(β,α) θα ανήκει στη γραφική παράσταση της f^{-1} και αντιστρόφως. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$. • Δίνεται η συνάρτηση f: R→ R , με τύπο $f(x) = \alpha x + \beta$. Το σημείο $M(x_1, y_1)$, το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση της f είναι συμμετρικό του σημείου $M'(y_1, x_1)$, το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση της f^{-1}, ως προς την ευθεία $y = x$. Ισχύει ότι: $f(f^{-1}(x)) = x$, $(f^{-1})^{-1} = f$ • Για να βρούμε τον τύπο της αντίστροφης συνάρτησης, όταν δίνεται ο τύπος της f, θα πρέπει: ○ Να ελέγξουμε, αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση ○ Να θέσουμε την f(x) = y και να μετασχηματίσουμε τον τύπο βρίσκοντας το χ ως συνάρτηση του y. • Στον τύπο που θα προκύψει να ανταλλάξουμε τα χ και τα y, έτσι ώστε ο νέος τύπος που θα δημιουργηθεί να είναι ο τύπος της $f^{-1}(x)$.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	ορίζουν μια συνάρτηση f/A ως συνάρτηση 1-1, αν $\forall x_1 \neq x_2 \in A \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.
ΔΣ2	αναγνωρίζουν συναρτήσεις 1-1 από τον τύπο ή τη γραφική τους παράσταση.

ΔΣ3	αναγνωρίζουν ότι στην περίπτωση όπου η συνάρτηση $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{A} \mapsto \mathbb{R}$ είναι 1-1 και μόνον τότε, μπορεί να οριστεί η αντίστροφη της συνάρτηση $\boldsymbol{f}^{-1}\colon\ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{A}) \mapsto \mathbb{R}$.
ΔΣ4	βρίσκουν την αντίστροφη (αν υπάρχει) συνάρτησης f, όταν δίνεται ο τύπος της f.
ΔΣ5	εφαρμόζουν την ισοδυναμία $\boldsymbol{f}^{-1}(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{x} \Rightarrow \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{y}$
ΔΣ6	βρίσκουν τη γραφική παράσταση της $\boldsymbol{f}^{-1}$, δοθείσης της γραφικής παράστασης της f, χρησιμοποιώντας τη συμμετρία των δυο γραφικών παραστάσεων ως προς την ευθεία $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}$.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Πότε μια συνάρτηση $f : A \to R$ είναι ένα προς ένα;

Ενδεικτική Απάντηση:

Όταν $\forall\ x1,\ x2 \in A$ με $x1 \neq x2 \Rightarrow f\,(x1) \neq f\,(x2)$ ή ισοδύναμα αν $f\,(x1) = f\,(x2)$ τότε $x1 = x2$.

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Πότε ορίζεται η αντίστροφη μιας συνάρτησης $f : A \to R$;

Ενδεικτική Απάντηση:

Ορίζεται όταν η συνάρτηση f είναι ένα-προς-ένα.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της f^{-1};

Ενδεικτική Απάντηση:

Το πεδίο ορισμού της f^{-1} είναι το πεδίο τιμών της f.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το πεδίο ορισμού της f είναι:

Απάντηση:

Ίδιο με το πεδίο τιμών της f^{-1}

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η σχέση που έχει το πεδίο τιμών της f^{-1} με το πεδίο ορισμού της f ;

Απάντηση:

Ίδιο με το πεδίο ορισμού της f

3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς:

Απάντηση:

Την ευθεία $y = x$.

3.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η συνάρτηση $f : A \rightarrow R$ είναι ένα προς ένα, όταν:

Απάντηση:

$f(x_1) \neq f(x_2)$, για κάθε x_1, x_2 A με $x_1 \neq x_2$

5.19 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ03_Η έννοια του ορίου συνάρτησης, όταν το χ τείνει στο + ∞ ή – ∞_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 03
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ03_ Η έννοια του ορίου συνάρτησης, όταν το χ τείνει στο + ∞ ή – ∞_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, ορισμός του ορίου, όριο, ορισμός, συνάρτηση, αυξάνεται, μειώνεται, πραγματικό, αριθμό, όριο συνάρτησης όταν x, τιμές, ∞, ιδιότητες των ορίων, ιδιότητες, μη επιτρεπτές πράξεις μεταξύ +∞, -∞ και πραγματικών αριθμών, επιτρεπτές, πράξεις, υπολογισμός ορίου απροσδιόριστης μορφής, Δραστηριότητα αξιολόγησης, 0/0, 00, η έννοια του ορίου συνάρτησης, όταν το χ τείνει στο +∞ ή -∞.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	βρίσκουν το όριο συνάρτησης όταν $x \to +\infty$ ή $x \to -\infty$ • με συμπλήρωση πίνακα τιμών της συνάρτησης • από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.
ΔΣ2	εφαρμόζουν σε απλές συναρτήσεις τον αυστηρό μαθηματικό ορισμό του ορίου για συνάρτηση $f/[\beta,+\infty)$, δηλαδή: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\alpha \Leftrightarrow \forall\varepsilon>0\ \exists M\in\Re^+ : \forall x>M \Rightarrow \lvert f(x)-\alpha\rvert<\varepsilon$
ΔΣ3	διατυπώνουν και εφαρμόζουν τις ιδιότητες των ορίων, διακρίνουν πότε μια πράξη μεταξύ των συμβόλων $+\infty, -\infty$ και πραγματικών αριθμών λέγεται «επιτρεπτή» και πότε «μη επιτρεπτή».

ΔΣ4	εφαρμόζουν κατάλληλες τεχνικές ώστε να «αίρουν» απροσδιοριστίες

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

Ενότητα 3

<u>3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

$\frac{\mathbf{0}}{\mathbf{0}} =$

<u>Απάντηση:</u>

Μη επιτρεπτή πράξη.

<u>3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

$0^{0} =$

<u>Απάντηση:</u>

Μη επιτρεπτή πράξη.

<u>3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

$\lim\limits_{(x\to+\infty)}(3x + 5) =$

<u>Απάντηση:</u>

$+\infty$

<u>3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

$\lim\limits_{(x\to+\infty)}(x - 3) =$

<u>Απάντηση:</u>

$+\infty$

<u>3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x+5}{x-3}\right) = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3+\frac{5}{x}}{1-\frac{3}{x}}\right)$$

<u>Απάντηση:</u>

3

3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το $\lim_{x \to -\infty} \frac{3x^2 + x + 1}{x^2 + 2} =$

Απάντηση:

3

3.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν α > 1, τότε:

Απάντηση:

$\lim_{x \to +\infty} a^x = +\infty$

3.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν $\lim_{x \to -\infty} \frac{\alpha x^2 + x + 2}{x^2 + x + 3} = 7$, τότε:

Απάντηση:

α = 7

5.20 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ04_ Η έννοια του ορίου συνάρτησης, όταν x → ξ¯, x → ξ+ ή x → ξ, ξ ∊ R_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 04
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ04_ Η έννοια του ορίου συνάρτησης, όταν x → ξ¯, x → ξ+ ή x → ξ, ξ ∊ R_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, πλευρικό όριο όταν η συνάρτηση ορίζεται στο ξ, όριο πλευρικό, συνάρτηση, τείνει, αριστερό, δεξιό, πλευρικά όρια, όταν η συνάρηση δεν ορίζεται στο ξ, πλευρικό, δεν ορίζεται, Δραστηριότητα

	αξιολόγησης, όριο, γραφική παράσταση, ξ ε R ιδιότητες, ορισμός, ιδιότητες.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	ορίζουν την έννοια του «πλευρικού ορίου» συνάρτησης για $x \longmapsto \xi^{+}$ και $x \longmapsto \xi^{-}$, $\xi \in \mathbb{R}$.
ΔΣ2	υπολογίζουν πλευρικά όρια συναρτήσεων με χρήση πίνακα τιμών, γραφικών παραστάσεων, και με χρήση των ιδιοτήτων των ορίων.
ΔΣ3	αναγνωρίζουν κατά πόσο μια συνάρτηση έχει όριο για $x \mapsto \xi, \xi \in \mathbb{R}$ και το υπολογίζουν.
ΔΣ4	αναγνωρίζουν τις περιπτώσεις όπου : • υπάρχει το $\lim_{x\to\xi} f(x)$ και είναι πραγματικός αριθμός. • υπάρχει το $\lim_{x\to\xi} f(x)$ και είναι $-\infty$ ή $+\infty$ • δεν υπάρχει το $\lim_{x\to\xi} f(x)$
ΔΣ5	αναγνωρίζουν και εφαρμόζουν ότι για πολυωνυμικές συναρτήσεις ισχύει $\lim_{x\to\xi} f(x) = f(\xi)$

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2

2.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

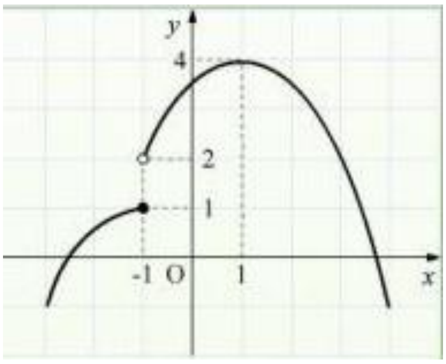
Αν $\lim_{x \to x_0} \boldsymbol{f(x)} = \boldsymbol{l}, \boldsymbol{x} \in (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{x_0}) \cup (\boldsymbol{x_0}, \boldsymbol{\beta})$ τότε:

Απάντηση:

$\lim_{x \to x_0^-} \boldsymbol{f(x)} = \lim_{x \to x_0^+} \boldsymbol{f(x)} = \boldsymbol{l}$

2.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f που φαίνεται στο σχήμα.



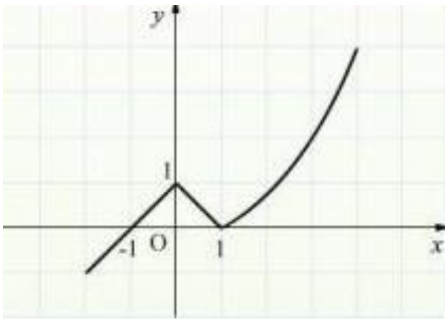
Ποια από τις πιο κάτω ισότητες είναι λανθασμένη;

Απάντηση:

$\lim_{x \to -1^+} \boldsymbol{f(x)} = -1$

2.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $\boldsymbol{f}$ είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.



Τότε **δεν** ισχύει ότι:

Απάντηση:

$\lim_{x \to 0} \boldsymbol{f(x)} = -1$

5.21 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ05_Εκθετική Συνάρτηση – Ορισμός, Ιδιότητες_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 05
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ05_ Εκθετική Συνάρτηση – Ορισμός, Ιδιότητες _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός, y=a^x, γραφική παράσταση, y=e^x, πεδίο ορισμού, πεδίο τιμών, γραφικές παραστάσεις, αντιστοίχιση, εκθετική, συνάρτηση.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	ορίζουν την εκθετική συνάρτηση $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}^+$, $x \to a^x$, $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$
ΔΣ2	κατασκευάζουν, χωρίς πίνακα τιμών, τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y = a^x + \kappa$ και $y = a^{x+\kappa}$, με $\kappa \in \mathbb{R}$, μετατοπίζοντας κατάλληλα ως προς τους άξονες των συντεταγμένων τη βασική καμπύλη $y = a^x$.
ΔΣ3	1. ορίζουν τον αριθμό e ως $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\nu}\right)^{\nu}$ 2. ορίζουν την εκθετική συνάρτηση $y = e^x$.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η συνάρτηση $\boldsymbol{f(x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

Απάντηση:

Έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και πεδίο τιμών το $\mathbb{R}^+$.

4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Στην εικόνα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της $\boldsymbol{f(x)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\boldsymbol{x}}$. Να δηλώσετε ποιες από τις πιο κάτω προτάσεις είναι ορθές και ποιες λανθασμένες:

Απάντηση:

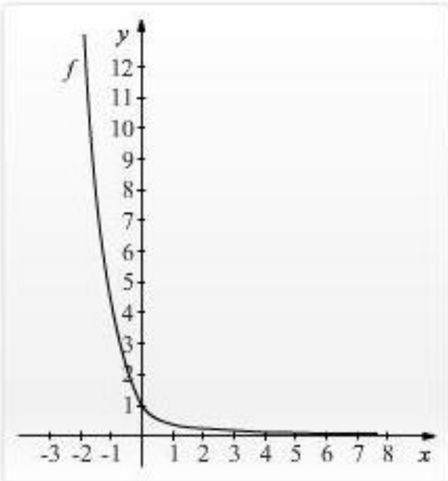
Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Σωστό

Η f έχει πεδίο τιμών το $\mathbb{R}$. Λάθος

Η f έχει άξονα συμμετρίας τον yy'. Λάθος

Ισχύει ότι $f(2) > f\left(\frac{1}{5}\right)$. Λάθος

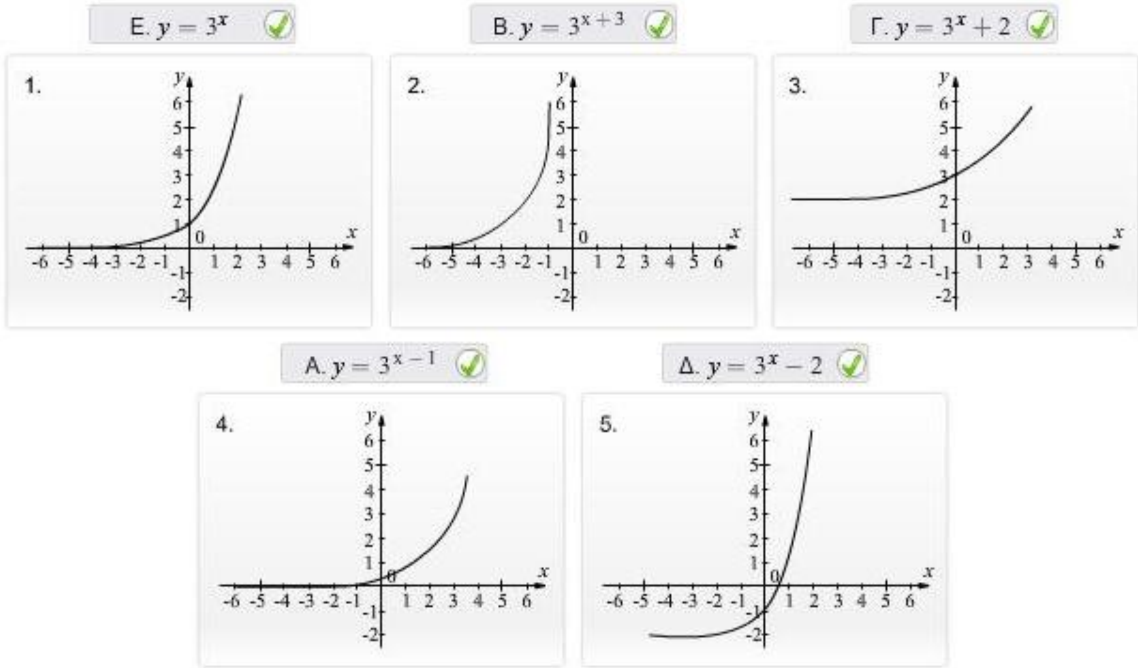
Το σημείο $A(0,1)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f. Σωστό



4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω

Να αντιστοιχίσετε τις γραφικές παραστάσεις με τις συναρτήσεις που εκφράζουν.

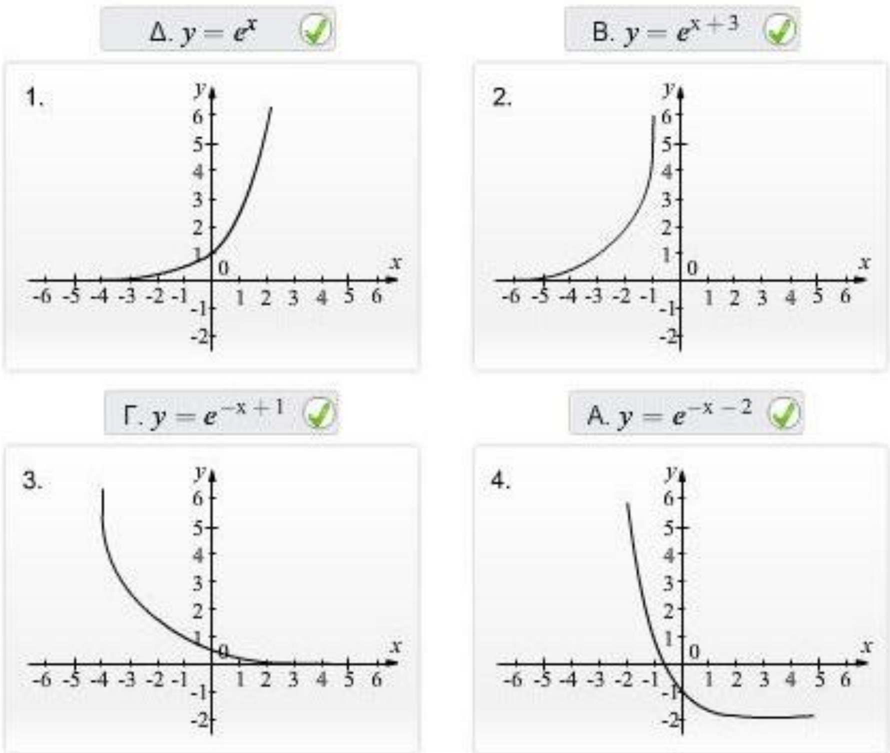
<u>Απάντηση:</u>



<u>4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω</u>

Να αντιστοιχίσετε τις γραφικές παραστάσεις με τις συναρτήσεις που εκφράζουν.

<u>Απάντηση:</u>



5.22 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ06_Ιδιότητες Λογαριθμών, βασικές ιδιότητες_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 06
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ06_ Ιδιότητες Λογαριθμών, βασικές ιδιότητες _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, ορισμό λογαρίθμου, ιδιότητες λογαρίθμων, πρόσθεση λογαρίθμων, αφαίρεση λογαρίθμων, αλλαγή βάσης λογαρίθμου, πηλίκο λογαρίθμων, λογάριθμο γινομένου, λογάριθμο πηλίκου, λογάριθμο δύναμης, εκθέτης επί λογάριθμο βάσης δύναμης, λογάριθμο εκθέτη, ίδια βάση λογαρίθμου εκθέτη, αντίστροφο λογαρίθμου, λογάριθμο δύναμης, log.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	αναφέρουν, ως άμεσα προκύπτουσες από τον ορισμό του λογαρίθμου, τη σχέση $\mathbf{a}^{\log_a \Theta} = \boldsymbol{\Theta}$ και την εφαρμόζουν στη λύση ασκήσεων.
ΔΣ2	αποδεικνύουν, διατυπώνουν και εφαρμόζουν τις ιδιότητες των λογαρίθμων: $\log_\alpha(\Theta_1 \cdot \Theta_2) = \log_\alpha \Theta_1 + \log_\alpha \Theta_2$ $\log_\alpha\left(\dfrac{\Theta_1}{\Theta_2}\right) = \log_\alpha \Theta_1 - \log_\alpha \Theta_2$ $\log_\alpha \Theta^\kappa = \kappa \log_\alpha \Theta, \quad \kappa \in \mathbb{R}$
ΔΣ3	τον τύπο μετατροπής της βάσης λογάριθμου: $\log_a \Theta = \dfrac{\log_\beta \Theta}{\log_\beta a}$
ΔΣ4	ορίζουν και συμβολίζουν το δεκαδικό και το φυσικό λογάριθμο.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

Αν $0 < \alpha \neq 1$, $0 < \beta \neq 1$ και θ_1, θ_2, $\theta > 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$ τότε να επιλέξετε ποιες από τις πιο κάτω σχέσεις είναι σωστές:

Απάντηση:

$$\alpha^{\log_\alpha \frac{1}{\alpha}} = \frac{1}{\alpha}$$

$$\log_\alpha \theta^\kappa = \kappa \log_\alpha \theta$$

$$\log_3 10 = \frac{1}{\log 3}$$

$$\frac{\log 3}{\log 2} = \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$\log_\alpha \alpha^\alpha = \alpha$$

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η παράσταση $\log 2 + \log 7$ είναι ίση με:

Απάντηση:

$\log 14$

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η παράσταση $\log 12 - \log 3$ είναι ίση με:

Απάντηση:

$\log 4$

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η παράσταση $\log 2^3$ είναι ίση με:

Απάντηση:

$3\log 2$

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η παράσταση $\frac{\log 2}{\log 3}$ είναι ίση με

Απάντηση:

$\log_3 2$

3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν 0 <α /= 1 και θ >0, τότε η παράσταση $\log_\alpha^2 \theta$ είναι ίση με:

Απάντηση:

$(\log_{\boldsymbol{\alpha}} \boldsymbol{\theta})^2$

3.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν 0 <α /= 1 και 0 <β /= 1, τότε η παράσταση $\alpha^{\log_\alpha \frac{1}{2}}$ είναι ίση με:

Απάντηση:

$\frac{1}{2}$

3.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν α, β >0 και α, β /= 0, τότε ο αντίστροφος του $\log_{\boldsymbol{\alpha}} \boldsymbol{\beta}$ είναι:

Απάντηση:

$\log_{\boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{\alpha}$

3.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν α, θ >0 και α /= 1, τότε η παράσταση $\log_{\boldsymbol{\alpha}} \theta \,.\log_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{\boldsymbol{\theta}}$

Απάντηση:

$-\log^2{}_{\boldsymbol{\alpha}} \boldsymbol{\theta}$

3.10. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν β, θ >0 και β /= 1, η παράσταση $\log_{\boldsymbol{\beta}} \theta$ είναι ίση με:

Απάντηση:

$\frac{\log \boldsymbol{\theta}}{\log \boldsymbol{\beta}}$

5.23 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ07_Η λογαριθμική συνάρτηση – Ορισμός, Ιδιότητες_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 07
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ07_ Η λογαριθμική συνάρτηση – Ορισμός, Ιδιότητες _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, ορισμός και στοιχεία λογαριθμικής συνάρτησης, ορισμός, στοιχεία, με βάση 10, log x, πεδίο ορισμού, σύνολο τιμών, σημείο τομής, άξονα, κατακόρυφο, οριζόντιο, γραφική παράσταση, εφαρμογή λογαριθμικής συνάρτησης, κλίμακα, ντεσιμπέλ, βατт / τ.μ.2, decibel, ισχύς, ήχο, ένταση, ph, Richter, σεισμό, σεισμική δόνηση, κατασκευή γραφικής παράστασης με πίνακα τιμών, πίνακα, y=log x, πορεία, καμπύλη, σημείο, σημεία, διάστημα, κατασκευή γραφικής παράστασης από της παράσταση y=ax, σχέση συναρτήσεων, σχέση γραφικών παραστάσεων, ίχνη, αντίστροφη, συμμετρικό σημείο, συμμετρική, συμμετρικές, ως προς y=x, αύξουσα, φθίνουσα, κατακόρυφο άξονα, τέμνει, συντεταγμένες, κοινού σημείου, τετμημένης, 36, α, ευθεία, η λογαριθμική συνάρτηση – ορισμός, ιδιότητες.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	ορίζουν την λογαριθμική συνάρτηση ως αντίστροφη της εκθετικής συνάρτησης: $y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y, a \in \Re^+ - \{1\}, y > 0$.
ΔΣ2	κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \log_a x$ από τη γραφική παράσταση $y = a^x$.

ΔΣ3	αναγνωρίζουν τη λογαριθμική συνάρτηση ως συνάρτηση 1 – 1 και βρίσκουν το πεδίο ορισμού, το πεδίο τιμών, το σημείο τομής με τον άξονα των x.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί (Σωστό) και ποιο λανθασμένοι (Λάθος).

Απάντηση:

Η συνάρτηση $f(x) = \log x$ έχει πεδίο ορισμού το σύνολο των αρνητικών πραγματικών αριθμών $(-\infty,\ 0)$. Λάθος

Η συνάρτηση $f(x) = \log x$ τέμνει τον άξονα xx' στο $A(1,\ 0)$. Σωστό

Αν $x > 1$, τότε $\log x > 0$. Σωστό

Η συνάρτηση $f(x) = \log x$ τέμνει τον άξονα yy' στο $B(0, -100)$. Λάθος

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το σύνολο τιμών της λογαριθμικής συνάρτησης με τύπο $\boldsymbol{f}(\mathrm{x}) = log_{\alpha}\, \boldsymbol{x}$ με 0 < α ≠ 1 είναι:

Απάντηση:

Το σύνολο $\mathbb{R}$

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε τις συντεταγμένες του κοινού σημείου της ευθείας $\boldsymbol{y}$ = 1 και της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\boldsymbol{y} = \log \boldsymbol{x}$.

Απάντηση:

(10, 1)

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε το $\boldsymbol{\alpha}$ $(0 < \boldsymbol{\alpha} \neq 1)$, ώστε η τετμημένη x_0του κοινού σημείου της ευθείας $\boldsymbol{y}$ = 2 και της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\boldsymbol{y} = \log_{\boldsymbol{\alpha}} \boldsymbol{x}$ να ισούται με 36.

Απάντηση: $\alpha = 6$

5.24 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ08_Έννοια και Ορισμός της Συνέχειας_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 08
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ08_ Έννοια και Ορισμός της Συνέχειας_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, ορισμός συνέχειας, συνεχείς, ορισμός, συνάρτηση, γραφική παράσταση συνάρτησης – συνέχεια, όριο, ασυνεχείς συναρτήσεις, ασυνεχείς, Δραστηριότητα αξιολόγησης, έννοια και ορισμός της συνέχειας.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	αναγνωρίζουν ότι η έννοια της συνέχειας έχει νόημα μόνο σε σημεία του πεδίου ορισμού της συνάρτησης και να το εφαρμόζουν
ΔΣ2	αναγνωρίζουν από τη γραφική παράσταση συνάρτησης κατά πόσο η συνάρτηση είναι συνεχής σε σημεία ή διαστήματα του πεδίου ορισμού της
ΔΣ3	ορίζουν ότι μια συνάρτηση f / Δ είναι συνεχής στο $x_0 \in \Delta$ όταν $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$ και εφαρμόζουν σε ασκήσεις τον ορισμό

ΔΣ4	ορίζουν ότι μια συνάρτηση f/Δ είναι συνεχής στο $x_0 \in \Delta$ όταν $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 : \forall x\ \mu\varepsilon \lvert x - x_0 \rvert < \delta : \Rightarrow \lvert f(x) - f(x_0) \rvert < \varepsilon$.
ΔΣ5	ορίζουν ότι μια συνάρτηση f/Δ είναι συνεχής σε διάστημα $A \subseteq \Delta$, αν είναι συνεχής σε κάθε $x \in A$.
ΔΣ6	ορίζουν ότι μια συνάρτηση f/Δ είναι ασυνεχής στο $x_0 \in \Delta$, αν αυτή δεν είναι συνεχής στο x_0.
ΔΣ7	αναγνωρίζουν από τη γραφική παράσταση ή τον τύπο της συνάρτησης, σημεία ασυνέχειας της συνάρτησης

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί (Σωστό) και ποιοι λανθασμένοι (Λάθος).

Απάντηση:

Αν η συνάρτηση f/Δ είναι συνεχής στο x_0, τότε $x_0 \in \Delta$. Σωστό

Αν υπάρχει το $\lim_{x \to a} f(x)$, τότε η f είναι συνεχής στο a. Λάθος

Αν $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) = f(1)$, τότε η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$. Σωστό

Αν η f είναι συνεχής και το πεδίο ορισμού είναι διάστημα, τότε η γραφική της παράσταση είναι μια συνεχόμενη γραμμή. Σωστό

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0, όταν:

Απάντηση:

$\lim_{x \to x_0} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0)$

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν η $\boldsymbol{f}$ είναι συνεχής στο 2 και $f(2) = 2002$, τότε το $\lim_{(h \to 0)} \boldsymbol{f}(2 + \boldsymbol{h})$ είναι ίσο με:

Απάντηση:

2002

5.25 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ09_ Ιδιότητες των συνεχών συναρτήσεων_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 09
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ09_ Ιδιότητες των συνεχών συναρτήσεων _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, πράξεις με συνεχείς συναρτήσεις, συνάρτηση, συνεχής, πράξεις, πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση, απόλυτη τιμή, συνέχεια πολυωνυμικών, ρητών, τριγωνομετρικών συναρτήσεων, όριο, lim, καμπύλη, Δραστηριότητα αξιολόγησης, πηλίκο, υπόριζο, ιδιότητες των συνεχών συναρτήσεων, κοίλη, κυρτή, σημεία καμπής, συνεχών.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	αποδεικνύουν και εφαρμόζουν ότι: Αν οι συναρτήσεις f και g είναι

	συνεχείς στο x_0 τότε είναι επίσης συνεχείς στο x_0 και οι συναρτήσεις: $f+g$, $f-g$, $f\cdot g$, $\frac{f}{g}$, ($g(x_0)\neq 0$), $\lvert f\rvert$, $\sqrt[v]{f}$ ($f(x_0)\geq 0$).
ΔΣ2	αναγνωρίζουν και εφαρμόζουν ότι πολυωνυμικές συναρτήσεις, οι ρητές συναρτήσεις (στα σημεία όπου ο παρονομαστής δεν ισούται με μηδέν) και οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις είναι συνεχείς στο πεδίο ορισμού τους.
ΔΣ3	εφαρμόζουν την ιδιότητα: Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο $f(x_0)$, τότε η σύνθετη συνάρτηση $g(f(x))$ είναι συνεχής στο x_0.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2

2.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης

Υποδείξτε ποιες από τις πιο κάτω δηλώσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.

Απάντηση:

1. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι ορισμένες στο $\mathbb{R}$ και η συνάρτηση $f+g$ είναι συνεχής στο x_0, τότε και η f και g είναι συνεχείς στο x_0. Λάθος ✓
2. Η συνάρτηση ημ $3x$ είναι συνεχής. Σωστό ✓
3. Αν η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ είναι συνεχής στο x_0 και $g(x_0)\neq 0$, τότε οι συναρτήσεις f και g είναι συνεχείς στο x_0. Λάθος ✓
4. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι ορισμένες στο $\mathbb{R}$ και η f είναι συνεχής στο x_0 και η g δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η συνάρτηση $f-g$ δεν είναι συνεχής στο x_0. Σωστό ✓
5. Αν οι συναρτήσεις $h(x)=f(x)+g(x)$ και $\Phi(x)=f(x)-g(x)$ είναι συνεχείς στο $\mathbb{R}$, τότε και η $f(x)$ και $g(x)$ είναι συνεχείς στο $\mathbb{R}$. Σωστό ✓
6. Αν $f(x)=x^2+x+3$ και $g(x)=\frac{x}{x-1}$, τότε η $g\circ f$ είναι συνεχής στο $x_0=1$. Σωστό ✓
7. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι συνεχείς στο $\mathbb{R}$ και $f(1)=2$ και $g(2)=1996$, τότε το $\lim_{x\to 1} g(f(x))=1996$. Σωστό ✓

2.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Δίνονται οι συναρτήσεις $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^2 + 1$ και $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \frac{x}{x-1}$. Από τους παρακάτω ισχυρισμούς λάθος είναι ο:

Απάντηση:

Η $\mathbf{g} \circ \boldsymbol{f}$ είναι συνεχής στο 0.

2.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η συνάρτηση $\boldsymbol{f}(x) = \varepsilon\varphi\,\boldsymbol{x}$ είναι συνεχής, γιατί:

Απάντηση:

Είναι πηλίκο δύο συνεχών συναρτήσεων και $\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{\kappa\pi} + \frac{\pi}{2}$

2.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η συνάρτηση $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \sqrt{5\boldsymbol{x} + 2}$ είναι συνεχής, γιατί:

Απάντηση:

Το υπόριζο είναι συνεχής συνάρτηση και $\boldsymbol{x} \in \left[-\frac{2}{5}, +\infty\right)$

5.26 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ10_Θεώρημα του Bolzano, γενίκευση του θεωρήματος του Bolzano, θεώρημα μέγιστης – ελάχιστης τιμής, θεώρημα για την f^{-1}._2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 10
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ10_Θεώρημα του Bolzano, γενίκευση του θεωρήματος του Bolzano, θεώρημα μέγιστης – ελάχιστης τιμής, θεώρημα για την f^{-1}.
Έκδοση	2.0

Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, Bolzano, ρίζα, ενδιάμεση τιμή, διάστημα, μέγιστη τιμή, ελάχιστη τιμή, αντίστροφη, lim, ισχυρισμοί, εφαρμογή, [α, β], συνεχής, ρίζες, θεώρημα, συνάρτηση.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	διατυπώνουν και εφαρμόζουν το θεώρημα του Bolzano
ΔΣ2	διατυπώνουν το θεώρημα της ενδιάμεσης τιμής (γενίκευση του θεωρήματος Bolzano): Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο [α, β] και ισχύει $f(\alpha)\neq f(\beta)$, τότε για κάθε κ μεταξύ των $f(\alpha)$ και $f(\beta)$ υπάρχει ένα τουλάχιστον $\xi\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο ώστε $f(\xi)=\kappa$.
ΔΣ3	διατυπώνουν και εφαρμόζουν το θεώρημα Μέγιστης – Ελάχιστης τιμής: Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο [α, β], τότε παίρνει μέγιστη και ελάχιστη τιμή στο [α, β].
ΔΣ4	διατυπώνουν και εφαρμόζουν την πρόταση: Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη και συνεχής στο διάστημα Δ, τότε και η αντίστροφη της f^{-1} είναι συνεχής στο $f(\Delta)$.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3
<u>**3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)**</u> Να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί (Σωστό) και ποιοι λανθασμένοι (Λάθος).

Απάντηση:

Αν η συνάρτηση f είναι ορισμένη στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και $f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$, τότε υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιος ώστε $f(\xi) = 0$ Λάθος ✓

Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει ρίζα στο (α, β), τότε $f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$. Λάθος ✓

Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$, $f(x) \neq 0,\ \forall x \in [\alpha, \beta]$ και $f\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right) < 0$, τότε $f(x) < 0, \forall x \in [\alpha, \beta]$ Σωστό ✓

Κάθε συνάρτηση ορισμένη σε κλειστό διάστημα έχει μέγιστη και ελάχιστη τιμή. Λάθος ✓

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Έστω f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και $f(\alpha)\ .\ f(\beta) < 0$, τότε υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιος, ώστε:

Απάντηση:

$f(\xi) = 0$

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha,\ \beta]$, $f(x) \neq 0,\ \forall x \in [\alpha, \beta]$ και $f\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) > 0$, τότε:

Απάντηση:

$f(x) > 0, \forall x \in [\alpha, \beta]$

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Έστω f συνεχής στο $\mathbb{R}$ και ρ_1, ρ_2 δύο διαδοχικές ρίζες της. Τότε:

Απάντηση:

Η f διατηρεί πρόσημο στο (ρ_1, ρ_2).

5.27 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ11_Ορισμός Παράγωγου Αριθμού Συνάρτησης_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 11
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ11_ Ορισμός Παράγωγου Αριθμού Συνάρτησης _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, συμβολισμοί, Δx Δy, ορισμός, κλίση, μέση ταχύτητα, εφαπτομένη, παραγωγίσιμη, πεδίο ορισμού, συνάρτηση, lim, παράγωγο, αριθμό συνάρτησης.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	ορίζουν το Δx ως τη μεταβολή της μεταβλητής από μια τιμή x_0 σε μια άλλη τιμή x_1, δηλαδή $\Delta x = x_1 - x_0 \Leftrightarrow x_1 = x_0 + \Delta x$ και το Δy ως την αντίστοιχη μεταβολή των τιμών της συνάρτησης f, δηλαδή $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$
ΔΣ2	απεικονίζουν γεωμετρικά τα Δx και Δy
ΔΣ3	υπολογίζουν τη μεταβολή Δy συνάρτησης, όταν δίνεται ο τύπος της και το $\Delta x = x_1 - x_0$
ΔΣ4	ορίζουν το πηλίκο $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ως τη μέση τιμή του ρυθμού μεταβολής της συνάρτησης $y = f(x)$ στο διάστημα μεταξύ $x = x_0$ και $x = x_0 + \Delta x$
ΔΣ5	βρίσκουν το μέσο ρυθμό μεταβολής συνάρτησης, για συγκεκριμένο

	$\Delta x = x_1 - x_0$
ΔΣ6	ορίζουν την παράγωγο (ακριβέστερα πρώτη παράγωγο) συνάρτησης $y = f(x)$, με $f/[a,\beta]$ στο σημείο $x = x_0$, $x_0 \in (\alpha,\beta)$ ως το $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ (αν το όριο υπάρχει και είναι πραγματικός αριθμός)
ΔΣ7	αναγνωρίζουν την παράγωγο συνάρτησης στο $x = x_0$ (αν υπάρχει) ως το στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής (ή απλώς ρυθμό μεταβολής) του y ως προς το x, στο $x = x_0$
ΔΣ8	βρίσκουν την παράγωγο συνάρτησης στο $x = x_0$ με χρήση του ορισμού
ΔΣ9	αναφέρουν παραδείγματα ρυθμού μεταβολής από τα Μαθηματικά, τη Φυσική, τα Οικονομικά και άλλους τομείς
ΔΣ10	ορίζουν ως παράγωγο συνάρτησης (αν υπάρχει) της $f/[a,\beta]$, στο (α, β) το $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ $\forall x \in (\alpha,\beta)$, συμβολίζουν την παράγωγο συνάρτησης ως $\frac{dy}{dx}$ ή y'

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2
2.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ανοικτού τύπου Πότε μια συνάρτηση $\boldsymbol{f}$ λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο $\boldsymbol{x_0}$του πεδίου ορισμού της; **Ενδεικτική Απάντηση:** Μια συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο $\boldsymbol{x_0}$ του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχει το $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ και είναι πραγματικός αριθμός.

2.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης

Η συνάρτηση $\boldsymbol{f}$ παραγωγίζεται στο $\boldsymbol{x_0}$, όταν:

Απάντηση:

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lambda,\ \lambda \in \mathbb{R}$$

2.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης

Αν στη συνάρτηση $\boldsymbol{f} : A \to B$, για $\boldsymbol{x} = 2$, ισχύει ότι $\lim\limits_{h\to0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 3$, τότε:

Απάντηση:

$f\,'(2) = 3$

2.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης

Να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί (Σωστό) και ποιοι λανθασμένοι (Λάθος)

Απάντηση:

1. Αν $\lim\limits_{x \to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2} = 3$, τότε $f'(2) = 3$. Σωστό ✓
2. Αν $\lim\limits_{x \to \alpha^-}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} = \lim\limits_{x \to \alpha^+}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$, τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = \alpha$. Λάθος ✓
3. Η παράγωγος της f στο x_0 δίνεται και από τη σχέση $f'(x_0) = \lim\limits_{h \to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$. Σωστό ✓
4. Κλίση της f στο x_0 λέγεται ο αριθμός $f'(x_0)$, αν υπάρχει. Σωστό ✓

ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ12_Εφαπτομένη καμπύλης_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 12
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ12_Εφαπτομένη καμπύλης _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, ορισμός, σημείο, εύρεση, παράγωγο, κλίση, εξίσωση, συνάρτηση, ποσότητες, μετατόπιση, γραφική παράσταση, εφαπτομένη, καμπύλης.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	ερμηνεύουν την παράγωγο συνάρτησης $y = f(x)$ στο $x = x_0$ ως την κλίση $\lambda = f'(x_0)$ της εφαπτομένης της καμπύλης $y = f(x)$ στο σημείο (x_0, y_0) αυτής
ΔΣ2	βρίσκουν την κλίση της εφαπτομένης μιας καμπύλης σε σημείο της.
ΔΣ3	βρίσκουν την εξίσωση της εφαπτομένης μιας καμπύλης σε σημείο της

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2

2.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν η $\boldsymbol{f}$ παραγωγίζεται στο x_0, τότε η κλίση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο $\boldsymbol{x}_0$ δίνεται από την τιμή της συνάρτησης:

Απάντηση:

$f\,'(x_0)$

2.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν η $\boldsymbol{f}$ παραγωγίζεται στο $\boldsymbol{x}_0$ τότε η εφαπτομένη της στο σημείο $(\boldsymbol{x_0}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_0}))$ έχει εξίσωση:

Απάντηση:

$\boldsymbol{y} - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0) = \boldsymbol{f}\,'(\boldsymbol{x_0})(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0)$

2.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

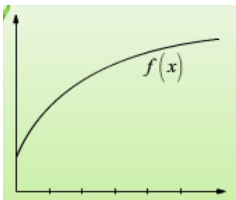
Αν η $\boldsymbol{f}$ παραγωγίζεται για $\boldsymbol{x} = 1$ και $\boldsymbol{f}\,'(1) = -2$, τότε η εξίσωση της εφαπτομένης της $\boldsymbol{f}$ στο σημείο *Α*(1,3), είναι:

Απάντηση:

$y - 3 = -2(x - 1)$

2.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω

Στην οθόνη σας παρουσιάζεται η συνάρτηση $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$. Να βάλετε σε σειρά τις πιο κάτω ποσότητες, ξεκινώντας από τη μικρότερη.

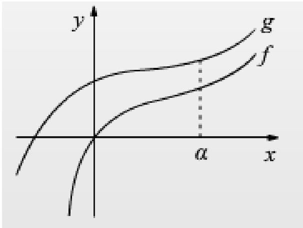


Απάντηση:

1. Α. 0 $<$ 2. Β. $f'(3)$ $<$ 3. $f(3) - f(2)$ $<$ 4. Δ. $f'(2)$

<u>2.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)</u>

Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης g, προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f, να αναφέρετε ποιες από τις ποιο κάτω δηλώσεις είναι σωστές ή λανθασμένες.



<u>Απάντηση:</u>

1. $f'(x) = g'(x)$ για κάθε x στο κοινό πεδίο ορισμού τους. ΣΩΣΤΟ ✓
2. Οι εφαπτόμενες στα σημεία με τετμημένη $x_0 = \alpha$ είναι παράλληλες. ΣΩΣΤΟ ✓
3. Αν $f'(\alpha) = 2$ τότε θα έχουμε και $g'(\alpha) = 2$. ΣΩΣΤΟ ✓
4. Οι εφαπτόμενες των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων που προκύπτουν από οποιαδήποτε μετατόπιση της $f(x)$, για $x = x_1$ είναι παράλληλες. ΛΑΘΟΣ ✓

5.28 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ13_Έννοιες διανυσμάτων και πράξεις με διανύσματα_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 13
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ13_ Έννοιες διανυσμάτων και πράξεις με διανύσματα _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, παιγνίδι με τα διανύσματα, διάνυσμα, παιγνίδι, κίνηση, ταχύτητα, αυτοκίνητο, ορισμός – χαρακτηριστικά γνωρίσματα διανύσματος (Ι), ορισμός, χαρακτηριστικά, διεύθυνση, φορά, μέτρο,

	χαρακτηριστικά γνωρίσματα διανύσματος (ΙΙ), μηδενικό, μοναδιαίο, ίσα, παράλληλα, διαδοχικός, συνθήκη παραλληλίας, συνθήκη, παραλληλία, παράλληλα, σχέση, πρόσθεση διανυσμάτων με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου, πρόσθεση, άθροισμα διανυσμάτων, άθροισμα, τρίγωνο, πολύγωνο, μέθοδος, αντιμεταθετική, προσεταιριστική, αφαίρεση διανυσμάτων, αφαίρεση, Δραστηριότητα αξιολόγησης, τυχαίο, σημείο, ομόρροπα, αντίρροπα, ίσα, πράξεις, διανύσματα.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Διατυπώνουν τον ορισμό του διανύσματος και χρησιμοποιούν τους συμβολισμούς των διανυσμάτων.
ΔΣ2	Αναφέρουν τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα του διανύσματος (διεύθυνση, μέτρο, φορά).
ΔΣ3	Διακρίνουν τη διαφορά μεταξύ εφαρμοστού και ελεύθερου διανύσματος.
ΔΣ4	Διατυπώνουν τους ορισμούς του μηδενικού διανύσματος, του μοναδιαίου, των ίσων διανυσμάτων, των παράλληλων, των διαδοχικών, των ομόρροπων και των αντίρροπων και αντίθετων διανυσμάτων.
ΔΣ5	Βρίσκουν το άθροισμα, τη διαφορά και το γινόμενο ενός διανύσματος με ένα αριθμό.
ΔΣ6	Διατυπώνουν τη συνθήκη παραλληλίας δύο διανυσμάτων.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4
4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης Να απαντήσετε σωστό ή λάθος.

Απάντηση:

1. Το μέτρο ενός διανύσματος $\overrightarrow{AB}$ είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB. Σωστό
2. Δύο διανύσματα είναι ίσα, όταν έχουν τον ίδιο φορέα και ίσα μέτρα. Λάθος
3. Για να αφαιρέσουμε δύο διανύσματα προσθέτουμε στο πρώτο διάνυσμα το αντίθετο του δεύτερου. Σωστό
4. Έστω $\lambda\overrightarrow{\alpha} = 0$, τότε αν $\lambda \neq 0$, τότε $\overrightarrow{\alpha} = 0$. Σωστό

4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Έστω $\overrightarrow{AB}$ τυχαίο διάνυσμα και ***O*** ένα σημείο του επιπέδου. Τότε:

Απάντηση:

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν $\vec{\boldsymbol{\beta}} = \overrightarrow{\boldsymbol{\lambda\alpha}}$, τότε πάντοτε:

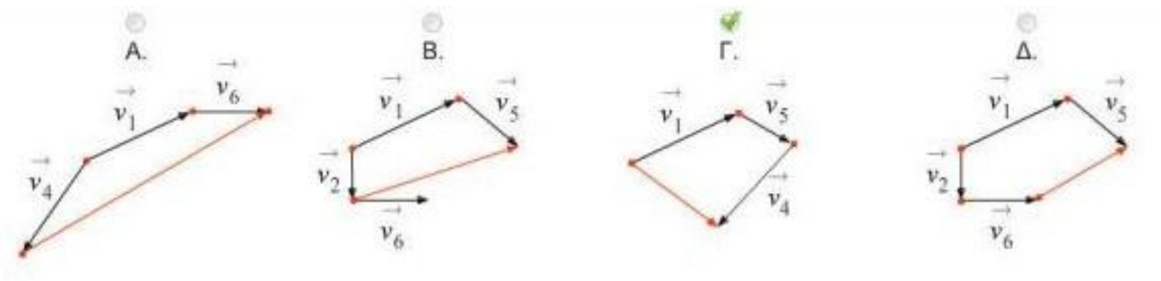
Απάντηση:

$\left|\vec{\boldsymbol{\beta}}\right| = |\lambda|\,|\vec{\boldsymbol{\alpha}}|$

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Σε ποια από τις πιο κάτω περιπτώσεις το κόκκινο διάνυσμα αντιπροσωπεύει το άθροισμα όλων των διανυσμάτων;

Απάντηση:



5.29 Τ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ14_Καρτεσιανές συντεταγμένες σημείου και διανύσματος_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 14
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ14_Καρτεσιανές συντεταγμένες σημείου και διανύσματος_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, διανυσματική ακτίνα σημείου, διάνυσμα, ακτίνα, συντεταγμένες, τετμημένη, τεταγμένη, αρχή αξόνων, καρτεσιανές συντεταγμένες διανύσματος, καρτεσιανές, υπολογισμός του μέτρου ενός διανύσματος, υπολογισμός, μέτρο, μήκος, πυθαγόρειο, θεώρημα, υπολογισμός του αθροίσματος διανυσμάτων, άθροισμα, τετμημένης, τεταγμένης, υπολογισμός γινομένου αριθμού επί διάνυσμα, γινόμενο, αριθμός, μέσον ευθύγραμμου τμήματος, μέσο, ευθύγραμμου, τμήματος, ημιάθροισμα, συντεταγμένες, αρχή αξόνων, σημεία, καρτεσιανές συντεταγμένες σημείου και διανύσματος.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Διατυπώνουν τον ορισμό της διανυσματικής ακτίνας σημείου.
ΔΣ2	Διατυπώνουν τον ορισμό των καρτεσιανών συντεταγμένων και να αποδεικνύουν ότι κάθε διάνυσμα γράφεται κατά μοναδικό τρόπο ως γραμμικός συνδυασμός των μοναδιαίων διανυσμάτων των αξόνων, $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

ΔΣ3	Εκφράζουν ένα διάνυσμα με τη βοήθεια των συντεταγμένων των άκρων του.
ΔΣ4	Διατυπώνουν τον ορισμό των ίσων διανυσμάτων με βάση τις συντεταγμένες τους.
ΔΣ5	Εκφράζουν με βάση τις συντεταγμένες τους το άθροισμα, διαφορά διανυσμάτων και το γινόμενο αριθμού επί διάνυσμα.
ΔΣ6	Βρίσκουν το μέτρο ενός διανύσματος από τις συντεταγμένες του
ΔΣ7	Βρίσκουν το μέσο ευθύγραμμου τμήματος.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Πώς ορίζουμε τις συντεταγμένες ενός διανύσματος με αρχή την αρχή των αξόνων $(0, 0)$;

Ενδεικτική Απάντηση:

Οι συντεταγμένες της διανυσματικής ακτίνας $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}}$ είναι ταυτόχρονα και οι συντεταγμένες (x, y) του σημείου ***A***.

4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Αν $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{y}_1)$ και $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{y}_2)$, ποιες είναι οι συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$; Για να απαντήσετε στην ερώτηση χρησιμοποιήστε τον Συντάκτη Μαθηματικών. Ακολούθως, πληκτρολογήστε το ακριβές όνομα του αρχείου που δημιουργήσατε και πατήστε το κουμπί για να υποβάλετε την απάντησή σας.

Ενδεικτική Απάντηση:

Οι πραγματικοί αριθμοί $\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1$ και $\boldsymbol{y}_2 - \boldsymbol{y}_1$ είναι οι συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$.

4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Πώς βρίσκουμε το μέσο ***M*** του ευθύγραμμου τμήματος ***AB*** με $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{y}_1)$ και $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{y}_2)$;

Για να απαντήσετε στην ερώτηση χρησιμοποιήστε τον Συντάκτη Μαθηματικών. Ακολούθως, πληκτρολογήστε το ακριβές όνομα του αρχείου που δημιουργήσατε και πατήστε το κουμπί για να υποβάλετε την απάντησή σας.

Ενδεικτική Απάντηση:

Η τετμημένη του μέσου θα είναι $x_M = \frac{x_1+x_2}{2}$ και η τεταγμένη του θα είναι $\boldsymbol{y}_M = \frac{y_1+y_2}{2}$.

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Με τι ισούται το μέτρο του διανύσματος $\vec{\boldsymbol{\alpha}} = (\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\lambda})$;

Για να απαντήσετε στην ερώτηση χρησιμοποιήστε τον Συντάκτη Μαθηματικών. Ακολούθως, πληκτρολογήστε το ακριβές όνομα του αρχείου που δημιουργήσατε και πατήστε το κουμπί για να υποβάλετε την απάντησή σας.

Ενδεικτική Απάντηση:

$$|\vec{\boldsymbol{\alpha}}| = \sqrt{\boldsymbol{\kappa}^2 + \boldsymbol{\lambda}^2}$$

4.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Αν $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{y}_1)$ και $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{y}_2)$ είναι οι συντεταγμένες των άκρων του διανύσματος $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$, να βρείτε το μήκος του διανύσματος $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$.

Για να απαντήσετε στην ερώτηση χρησιμοποιήστε τον Συντάκτη Μαθηματικών. Ακολούθως, πληκτρολογήστε το ακριβές όνομα του αρχείου που δημιουργήσατε και πατήστε το κουμπί για να υποβάλετε την απάντησή σας.

Ενδεικτική Απάντηση:

$$\left|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}\right| = \sqrt{(\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1)^2 + (\boldsymbol{y}_2 - \boldsymbol{y}_1)^2}$$

4.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Αν $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{y}_1)$ και $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{y}_2)$, ποιες είναι οι συντεταγμένες των $\vec{\alpha} + \vec{\beta}, \overrightarrow{\lambda\alpha}$ και $\overrightarrow{\lambda\alpha} + \overrightarrow{\mu\beta}$, όπου λ, $\beta \in \mathbb{R}$;

Για να απαντήσετε στην ερώτηση χρησιμοποιήστε τον Συντάκτη Μαθηματικών. Ακολούθως, πληκτρολογήστε το ακριβές όνομα του αρχείου που δημιουργήσατε και πατήστε το κουμπί για να υποβάλετε την απάντησή σας.

Ενδεικτική Απάντηση:

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} = (x_1 + x_2)\,\vec{i} + (y_1 + y_2)\,\vec{j}$$

$\overrightarrow{\lambda\alpha} = \lambda x_1 \ \vec{i} + \lambda y_1 \ \vec{j}$

$\overrightarrow{\lambda\alpha} + \overrightarrow{\mu\beta} = (\lambda x_1 + \mu x_2) \ \vec{i} + (\lambda y_1 + \mu y_2) \ \vec{j}$

4.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Αν το διάνυσμα $\vec{\boldsymbol{\alpha}} = (\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\lambda})$, τότε το $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ είναι ίσο με:

Απάντηση:

$\kappa \ \vec{i} + \lambda \ \vec{j}$

4.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Το μέτρο του διανύσματος $\vec{u} = (\alpha, \beta)$ είναι:

Απάντηση:

$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

4.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

$A\nu \ \vec{\alpha} = (1, 2)$ και $\vec{\beta} = (\text{-}3, 1)$, τότε το διάνυσμα $\overrightarrow{2\alpha} - \overrightarrow{3\beta}$ έχει συντεταγμένες:

Απάντηση:

(11, 1)

4.10. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Το μέσο *M* του ευθυγράμμου τμήματος *AB* με *A*(-1, 7) και *B*(9, -3) είναι το:

Απάντηση:

(4, 2)

4.11. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Για τα διανύσματα $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$= (1, -3), $\vec{\boldsymbol{\beta}}$= (-1, 3) και $\vec{\boldsymbol{\gamma}}$= (2, -6) ισχύει:

Απάντηση:

$\vec{\alpha} - \vec{\gamma} = \vec{\beta}$

4.12. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$= $(-2, \ 4)$ και $\vec{\boldsymbol{\beta}}$= (3, -6). Η σχέση $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$+ $\overrightarrow{\boldsymbol{\kappa\beta}}$ = 0 ισχύει για:

Απάντηση:

$\kappa = \frac{2}{3}$

5.30 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ15_Εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 15
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ15_ Εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, εσωτετρικό γινόμενο δύο διανυσμάτων, διάνυσμα, διανύσματα, διανυσμάτων, εσωτερικό, γινόμενο, ορισμός, γωνία δύο ελεύθερων διανυσμάτων, γωνία, προβολή, εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων, θετικός, αρνητικός, συνθήκη καθετότητας, κάθετα, ιδιότητες εσωτερικού γινομένου, ιδιότητες, γινόμενο, αντιμεταθετική, επιμεριστική, αναλυτική έκφραση εσωτερικού γινομένου, έκφραση, δραστηριότητα αξιολόγησης, ομόρροπα, αντίρροπα, τετμημένα, τεταγμένα, ιδιότητα, εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν τη γωνία δύο ελεύθερων διανυσμάτων, το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων. $\vec{u}\cdot\vec{v} = \lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{v}\rvert\ \sigma\upsilon\nu\varphi \quad 0 \le \hat{\varphi} \le \pi$
ΔΣ2	Αναφέρουν και αποδεικνύουν τις ιδιότητες του εσωτερικού γινόμενου και τη συνθήκη καθετότητας δύο δυανυσμάτων $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}\cdot\vec{v} = 0$

ΔΣ3	Αναφέρουν και αποδεικνύουν την αναλυτική έκφραση του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων. $\vec{u}=(u_1,u_2)$, $\vec{v}=(v_1,v_2)$, $\vec{u}\cdot\vec{v}=u_1 v_1+u_2 v_2$

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4
4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$; **Ενδεικτική Απάντηση:** Εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ονομάζεται ο πραγματικός αριθμός που ισούται με το γινόμενο των μέτρων των διανυσμάτων επί το συνημίτονο της γωνίας τους. **4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου** Με τι ισούται το εσωτερικό γινόμενο δύο κάθετων μη μηδενικών διανυσμάτων; **Ενδεικτική Απάντηση:** Το εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών κάθετων διανυσμάτων ισούται με μηδέν. **4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου** Με τι ισούται το εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, αν τα διανύσματα είναι ομόρροπα; Για να απαντήσετε στην ερώτηση χρησιμοποιήστε τον Συντάκτη Μαθηματικών. Ακολούθως, πληκτρολογήστε το ακριβές όνομα του αρχείου που δημιουργήσατε και πατήστε το κουμπί για να υποβάλετε την απάντησή σας. **Ενδεικτική Απάντηση:** Το εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών, ομόρροπων διανυσμάτων ισούται με το γινόμενο των μέτρων τους $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\lvert\vec{\alpha}\rvert\cdot\lvert\vec{\beta}\rvert\,\text{συν}\,0^\circ=\lvert\vec{\alpha}\rvert\cdot\lvert\vec{\beta}\rvert$

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Με τι ισούται το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ αν τα διανύσματα είναι αντίρροπα και μη μηδενικά;

Για να απαντήσετε στην ερώτηση χρησιμοποιήστε τον Συντάκτη Μαθηματικών. Ακολούθως, πληκτρολογήστε το ακριβές όνομα του αρχείου που δημιουργήσατε και πατήστε το κουμπί για να υποβάλετε την απάντησή σας.

Ενδεικτική Απάντηση:

Το εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών, αντίρροπων διανυσμάτων ισούται με τον αντίθετο αριθμό του γινομένου των μέτρων τους. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| \text{συν}\, 0^\circ = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

4.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$, με τι ισούται το $\vec{\alpha} . \vec{\beta}$; Για να απαντήσετε στην ερώτηση χρησιμοποιήστε τον Συντάκτη Μαθηματικών. Ακολούθως, πληκτρολογήστε το ακριβές όνομα του αρχείου που δημιουργήσατε και πατήστε το κουμπί για να υποβάλετε την απάντησή σας.

Ενδεικτική Απάντηση:

Ισούται με το άθροισμα των γινομένων των τεταγμένων και των τετμημένων των δύο διανυσμάτων.

$\vec{\alpha} . \vec{\beta} = x_1 . x_2 + y_1 . y_2$

4.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ο αριθμός $\vec{\alpha}^2$ είναι ίσος με:

Απάντηση:

$|\vec{\alpha}|^2$

4.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν θ είναι η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ *και* $\vec{\beta}$, τότε το συνθ είναι ίσο με:

Απάντηση:

$$\frac{\vec{\alpha} . \vec{\beta}}{|\vec{\alpha}| . |\vec{\beta}|}$$

4.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν $\vec{\alpha} = (x, 1)$, $\vec{\beta} = \left(x - 1, -2x\right)$ και $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$, τότε το x είναι ίσο με:

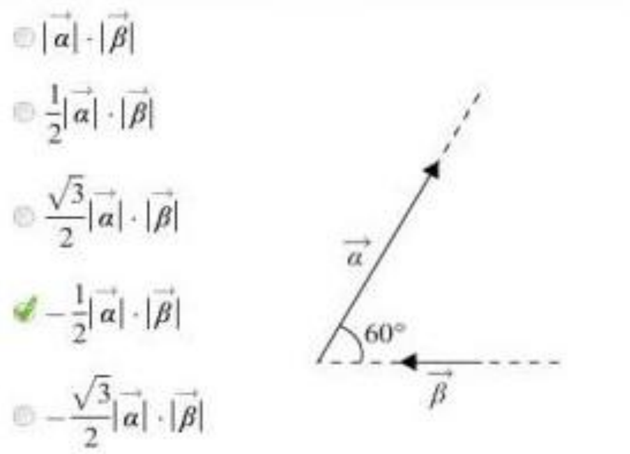
Απάντηση:

0 ή 3

4.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Με βάση το διπλανό σχήμα, το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ ισούται με:

Απάντηση:



5.31 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ16_Ευθεία και εξίσωση της ευθείας_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 16
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ16_ Ευθεία και εξίσωση της ευθείας _2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, κατασκευή ευθείας, σημεία ευθείας, παράμετροι ευθείας, α λ εξίσωση ευθείας, ευθεία διέρχεται δύο σημεία, κλίση ευθείας δύο σημεία,

	κλίση ευθείας γωνίας, κλίση εφαπτομένη γωνία, ειδικές περιπτώσεις, x=a y=a y=λx, εύρεση εξίσωση ευθείας, κλίση σημείο ευθείας, λ δύο σημεία, κλίση ευθείας σημείο, λ α β εξίσωση ευθείας, ευθεία παράλληλη στον άξονα y'y, κάθετη ευθεία, ευθεία παράλληλη άξονα x'x, οριζόντια ευθεία, συντελεστής διεύθυνσης ευθείας, αρνητική κλίση ευθείας, ευθεία διέρχεται δύο σημεία, γραφική παράσταση ευθείας, ευθεία.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν την ευθεία ως το σύνολο των σημείων (x,y) που επαληθεύουν την εξίσωση y=λx+β, όπου λ, β δεδομένοι πραγματικοί αριθμοί.
ΔΣ2	Ορίζουν ως συντελεστή διεύθυνσης ευθείας και μπορούν να τον υπολογίζουν όταν γνωρίζουν τη γωνία της με τον άξονα x΄x ή δύο σημεία της. Εξηγούν τη γεωμετρική σημασία της κλίσης λ.
ΔΣ3	Διακρίνουν τις ειδικές περιπτώσεις εξισώσεων ευθείας : (x=α, y = α (λ=0), y = λx, (α=0)).
ΔΣ4	Αναφέρουν και αποδεικνύουν ότι η εξίσωση της ευθείας που περνά από σημείο (x_1, y_1) και έχει κλίση λ είναι: $y - y_1 = \lambda(x - x_1)$
ΔΣ5	Βρίσκουν την εξίσωση μιας ευθείας όταν γνωρίζουν δύο σημεία της.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5
5.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής Μια ευθεία διέρχεται από τα σημεία $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{y}_1)$ και $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{y}_2)$ και δεν είναι παράλληλη στον άξονα y'y. Η κλίση της ***AB*** είναι: **Απάντηση:**

$\boldsymbol{\lambda} = \frac{\boldsymbol{y}_2 - \boldsymbol{y}_1}{\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1}$

5.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η εξίσωση της ευθείας, η οποία διέρχεται από το σημείο ***Μ(α, β)*** και έχει κλίση ***λ*** είναι:

Απάντηση:

$\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\alpha})$

5.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Μια ευθεία διέρχεται από το σημείο $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_0}, \boldsymbol{y_0})$ και είναι παράλληλη προς τον άξονα ***y′y***. Η εξίσωση της είναι:

Απάντηση:

$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_0}$

5.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Μια ευθεία ε είναι παράλληλη με τον άξονα ***x′x*** και διέρχεται από το σημείο ***Α(α, β)***. Η εξίσωση της ε είναι:

Απάντηση:

$y = \beta$

5.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ο συντελεστής διεύθυνσης (κλίση) μιας ευθείας ***ε*** ισούται

Απάντηση:

Με την εφαπτομένη της θετικής κυρτής γωνίας που σχηματίζει η ***ε*** με τον άξονα των τετμημένων.

5.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η εξίσωση της ευθείας ***ΑΒ*** με ***Α***(1998 ,0), ***Β***(0 ,1998) είναι:

Απάντηση:

$\frac{x}{1998} + \frac{y}{1998} = 1$

5.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της ευθείας ***y = λx + α***. Να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα:

Απάντηση:

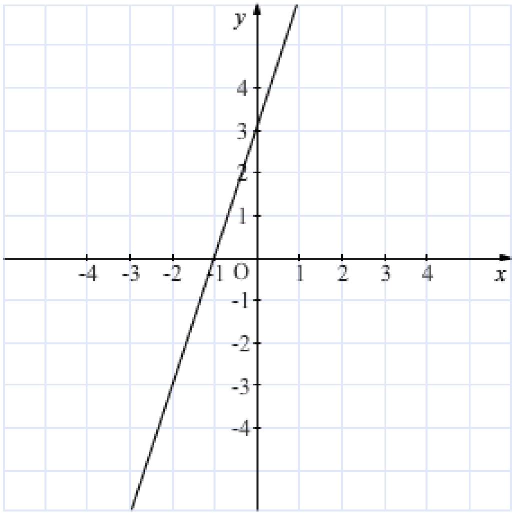
Η κλίση της ευθείας είναι αρνητική. Λάθος

Η μεταβλητή α της ευθείας είναι θετική. Σωστό

Μεταβάλλοντας το α η γραφική παράσταση της ευθείας μετακινείται κατακόρυφα. Σωστό

Για $\lambda = 0$ η γραφική παράσταση της ευθείας θα είναι παράλληλη με τον άξονα $y'y$. Λάθος

Για $x = \alpha$ η γραφική παράσταση της ευθείας θα είναι παράλληλη με τον άξονα $y'y$. Σωστό



5.32 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ17_Συνθήκη παραλληλίας, ταύτισης και τομής δύο ευθειών_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 17
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ17_Συνθήκη παραλληλίας, ταύτισης και τομής δύο ευθειών_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, εξίσωση ευθείας, Αx+Βy+Γ=0, συνθήκες παραλληλίας, συνθήκες ταύτισης, συνθήκη τομής, τομή ευθειών, συνθήκη καθετότητας, κάθετες, συντελεστής διεύθυνσης ευθείας, άξονα xx’, γωνία μεταξύ ευθειών, εφαπτομένη γωνία, παράλληλες, κ λ ευθείας, ευθείες ταυτίζονται, παραλληλία, ευθείες.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Γνωρίζουν ότι η εξίσωση Αx+Βy+Γ=0, Α≠0 ή Β≠0 παριστάνει ευθεία.
ΔΣ2	Αναφέρουν και αποδεικνύουν ότι δύο ευθείες είναι παράλληλες, ταυτίζονται, τέμνονται ή είναι κάθετες μεταξύ τους και χρησιμοποιούν ανάλογα την εκάστοτε συνθήκη.
ΔΣ3	Κατανοούν την έννοια του συντελεστή διεύθυνσης ευθείας και μπορούν να τον υπολογίζουν όταν γνωρίζουν τη γωνιά της με τον άξονα x'x ή δύο σημεία της.
ΔΣ4	Βρίσκουν το σημείο τομής δύο ευθειών.
ΔΣ5	Υπολογίζουν τη γωνιά μεταξύ δύο ευθειών.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5

<u>**5.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω**</u>

Να επιλέξετε την αμοιβαία θέση μεταξύ των δύο ευθειών:

<u>**Απάντηση:**</u>

$\varepsilon_1 : 2x - 2y + 5 = 0$	$\varepsilon_2 : x - y + 5 = 0$	παράλληλες ✓
$\varepsilon_1 : 2x - 2y + 10 = 0$	$\varepsilon_2 : x - y + 5 = 0$	ταυτίζονται ✓
$\varepsilon_1 : 2x - 3y + 13 = 0$	$\varepsilon_2 : 3x + 2y = 0$	κάθετες ✓
$\varepsilon_1 : 2x - 3y + 5 = 0$	$\varepsilon_2 : 6x - 9y + 15 = 0$	ταυτίζονται ✓
$\varepsilon_1 : x - 2y = 0$	$\varepsilon_2 : x - 2y + 13 = 0$	παράλληλες ✓
$\varepsilon_1 : 13x - 2y + 6 = 0$	$\varepsilon_2 : 4x - y + 3 = 0$	τέμνονται ✓

5.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η ευθεία ε τέμνει τον άξονα τον $\boldsymbol{xx'}$ στο σημείο (3,0) και τον άξονα $\boldsymbol{yy'}$ στο σημείο (0,7). Ποιος είναι ο συντελεστής διεύθυνσης (κλίση) της ευθείας $\boldsymbol{\varepsilon}$;

Απάντηση:

$\lambda = -\frac{7}{3}$

5.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν οι ευθείες $\boldsymbol{\varepsilon_1}: (\boldsymbol{\kappa} - 3)\boldsymbol{x} + (\boldsymbol{\lambda} + 2)\boldsymbol{y} + 6 = 0$ και $\boldsymbol{\varepsilon_2}: \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + 3 = 0$ ταυτίζονται, οι τιμές των $\boldsymbol{\lambda}$ και $\boldsymbol{\kappa}$ είναι:

Απάντηση:

$\boldsymbol{\kappa} = 5, \boldsymbol{\lambda} = 0$

5.33 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ18_Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 18
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ18_ Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, ημίτονο, ημχ, συνημίτονο, συνχ, εφαπτομένη, συνεφαπτομένη, ημ25, συν125, εφχ, εφ305, σφχ, σφ48, εξίσωση ημίτονο, εξίσωση ημίτονο συνημίτονο, εξίσωση εφαπτομένη συνεφαπτομένη, τριγωνομετρικές εξισώσεις, λύσεις, τριγωνομετρία.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Λύνουν τριγωνομετρικές εξισώσεις των μορφών: ημx=ημα, συνx=συνα, εφx=εφα, σφx=σφα

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2

2.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν $\eta\mu\, \boldsymbol{x} = \eta\mu\, 25^{\text{o}}$ τότε οι λύσεις της εξίσωσης στο διάστημα $0^{\text{o}} \leq \boldsymbol{x} \leq 360^{\text{o}}$ είναι:

Απάντηση:

$\boldsymbol{x} = 25^{\text{o}}$ ή $\boldsymbol{x} = 155^{\text{o}}$

2.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν $\sigma\upsilon\nu\, \boldsymbol{x} = \sigma\upsilon\nu\, 125^{\text{o}}$ τότε οι λύσεις της εξίσωσης στο διάστημα $0^{\text{o}} \leq \boldsymbol{x} \leq 360^{\text{o}}$ είναι:

Απάντηση:

$\boldsymbol{x} = 125^{\text{o}}$ ή $\boldsymbol{x} = 235^{\text{o}}$

2.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν $\varepsilon\varphi\, \boldsymbol{x} = \varepsilon\varphi\, 305^{\text{o}}$ τότε οι λύσεις της εξίσωσης στο διάστημα $0^{\text{o}} \leq \boldsymbol{x} \leq 360^{\text{o}}$:

Απάντηση:

$\boldsymbol{x} = 305^{\text{o}}$ ή $\boldsymbol{x} = 125^{\text{o}}$

2.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν $\sigma\varphi\, \boldsymbol{x} = \sigma\varphi\, 48^{\text{o}}$ τότε οι λύσεις της εξίσωσης στο διάστημα $0^{\text{o}} \leq \boldsymbol{x} \leq 360^{\text{o}}$ είναι:

Απάντηση:

$\boldsymbol{x} = 48^{\text{o}}$ ή $\boldsymbol{x} = 228^{\text{o}}$

2.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Οι λύσεις της (ημ $\boldsymbol{x} + 1$). (ημ $\boldsymbol{x} - 1) = 0$ στο διάστημα $0^{\text{o}} \leq x \leq 360^{\text{o}}$ είναι:

Απάντηση:

$\boldsymbol{x} = 90^{\text{o}}$

$\boldsymbol{x} = 270^{\text{o}}$

2.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Οι λύσεις της $συν$ $\boldsymbol{x}$ = −ημ 30 στο διάστημα 0° ≤$\boldsymbol{x}$ ≤360° είναι:

Απάντηση:

$\boldsymbol{x} = 120^{\text{o}}$

$\boldsymbol{x} = 240^{\text{o}}$

2.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Οι λύσεις της εφ $\boldsymbol{x}$. συν $\boldsymbol{x}$ − σφ $\boldsymbol{x}$. ημ $\boldsymbol{x}$ = 0 στο διάστημα 0° ≤$\boldsymbol{x}$ ≤360° είναι:

Απάντηση:

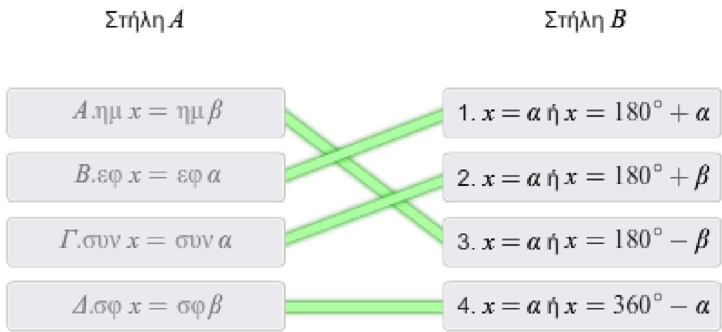
x = 45°

x = 225°

2.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Η στήλη **Α** περιέχει τις βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις. Να αντιστοιχίσετε τις λύσεις τους, στο διάστημα 0° ≤x ≤360°, που παρουσιάζονται στη στήλη **Β**.

Απάντηση:



5.34 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ19_Κανονικά Πολύγωνα_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 19
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ19_Κανονικά Πολύγωνα_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, ορισμός, ισόπλευρο, εγγεγραμμένα, περιγεγγραμμένο, στοιχεία, σχήμα, κεντρική γωνία, αριθμός πλευρών, γωνία, υπολογισμός, όμοια, λόγος ομοιότητας, κατασκευή εγγεγραμμένο, κατασκευή περιγεγγραμμένο, εγγεγραμμένο, κανονικό τρίγωνο, κανονικό τετράγωνο, κανονικό πεντάγωνο, 40, 60, 108, 135, 144, εγγεγραμμένο τετράγωνο, κύκλο, ακτίνα 6, κανονικό πολύγωνο, κανονικά, πολύγωνα.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν το κανονικό πολύγωνο.
ΔΣ2	Ορίζουν ότι κάθε κανονικό πολύγωνο είναι περιγράψιμο και εγγράψιμο σε κύκλο
ΔΣ3	Ορίζουν και συμβολίζουν τα στοιχεία ενός κανονικού πολυγώνου (κέντρο, ακτίνα, απόστημα, πλευρά, περίμετρο, εμβαδόν).
ΔΣ4	Υπολογίζουν την κεντρική γωνία και τη γωνία ενός κανονικού πολυγώνου.
ΔΣ5	Αναφέρουν και εφαρμόζουν ότι κανονικά πολύγωνα με το ίδιο πλήθος πλευρών είναι όμοια και βρίσκουν το λόγο ομοιότητάς τους.
ΔΣ6	Εγγράφουν και περιγράφουν κάθε κανονικό πολύγωνο σε κύκλο.
ΔΣ7	Εκφράζουν και αποδεικνύουν τις σχέσεις των στοιχείων ενός κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο, συναρτήσει της ακτίνας R, (τετράγωνο, ισόπλευρο τρίγωνο και κανονικό εξάγωνο).

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2

2.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η κεντρική γωνία του κανονικού τριγώνου είναι:

Απάντηση:

$K_3 = 120°$

2.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η κεντρική γωνία του κανονικού τετραγώνου είναι:

Απάντηση:

$K_4 = 90°$

2.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η κεντρική γωνία του κανονικού πενταγώνου είναι:

Απάντηση:

$K_5 = 72°$

2.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιού κανονικού πολυγώνου η κεντρική γωνία είναι 40°;

Απάντηση:

Εννιαγώνου

2.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιού κανονικού πολυγώνου η κεντρική γωνία είναι 60°;

Απάντηση:

Εξαγώνου

2.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιο κανονικό πολύγωνο έχει γωνία 108°;

Απάντηση:

Πεντάγωνο

2.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιο κανονικό πολύγωνο έχει γωνία 135°;

Απάντηση:

Οκτάγωνο

2.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιο κανονικό πολύγωνο έχει γωνία 144°;

Απάντηση:

Δεκάγωνο

2.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Δίνεται τετράγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (Κ, R) με $\lambda_4 = 6\sqrt{2}\ cm$. Να υπολογίσετε τα: $\boldsymbol{\alpha_4}$, $\boldsymbol{\Pi}_4$, $\boldsymbol{E}_4$.

Απάντηση:

$\boldsymbol{\alpha}_4 = 3\sqrt{2}$ cm, $\boldsymbol{\Pi}_4 = 24\sqrt{2}$ cm, $\boldsymbol{E}_4 = 72$ cm^2

2.10. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Σε κύκλο με ακτίνα $\boldsymbol{R} = 6\ \mathrm{cm}$ να βρείτε $\boldsymbol{\alpha}_6$, $\boldsymbol{\lambda}_6$, $\boldsymbol{E}_6$.

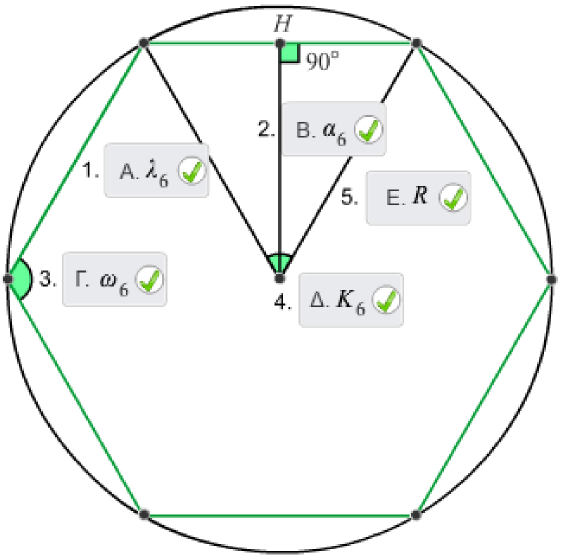
Απάντηση:

$\alpha_6 = 3\sqrt{3}$ cm, $\lambda_6 = 6$ cm, $E_6 = 54\sqrt{3}$ cm^2

2.11. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω

Να τοποθετήσετε τα πιο κάτω στοιχεία του κανονικού πολυγώνου σύροντάς τα στη σωστή θέση πάνω στο σχήμα.

Απάντηση:



5.35 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ20_Μήκος και εμβαδόν κύκλου_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 20
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ20_Μήκος και εμβαδόν τριγώνου_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, μέτρηση, εγγεγραμμένα, π, διάμετρος, τόξο, μήκος, εμβαδό, κυκλικού δίσκου, κυκλικού τομέα, περίμετρος, διάμετρος, ακτίνα, γωνία κυκλικού τομέα, γωνία κυκλικό τομέα, εμβαδόν κυκλικού τομέα, κανονικό εξάγωνο, περιγεγγραμμένο, εγγεγραμμένο, δεκάγωνο, ισότητες, σχήμα, εμβαδόν, 20-γωνο, κύκλο.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να αναφέρουν και εφαρμόζουν τους τύπους για:	
ΔΣ1	το μήκος τόξου
ΔΣ2	το μήκος κύκλου
ΔΣ3	το εμβαδόν κυκλικού τομέα
ΔΣ4	το εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το μήκος περιγεγραμμένου κύκλου σε κανονικό εξάγωνο πλευράς 20 cm είναι ίσο με:

Απάντηση:

$\Gamma = 40\pi\ cm$

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το μήκος εγγεγραμμένου κύκλου σε κανονικό εξάγωνο πλευράς 20 cm είναι ίσο με:

Απάντηση:

$\Gamma = 20\sqrt{3}\pi\ cm$

3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το μήκος τόξου που αντιστοιχεί στην πλευρά κανονικού 10-γωνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας 5 cm είναι ίσο με:

Απάντηση:

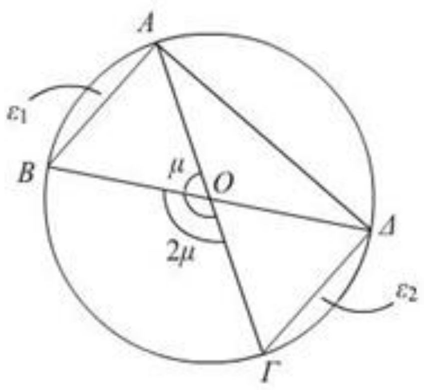
$\gamma = \pi\ cm$

3.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Με βάση το σχήμα να επιλέξετε τις ισότητες που είναι ορθές.

Απάντηση:

- [x] $\left(O\widehat{AB}\right) = \left(O\widehat{\Gamma\Delta}\right)$
- [x] $\left(O\widehat{B\Gamma}\right) = \left(O\widehat{\Delta A}\right)$
- [ ] $\left(O\widehat{B\Gamma}\right) = 2\left(O\widehat{AB}\right)$
- [ ] $\left(O\widehat{\Delta A}\right) = 2\left(O\widehat{AB}\right)$
- [x] $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$



3.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Δίνεται ο κύκλος (*O,R*) και τόξο του $\overset{\frown}{AB} = 60°$. Αν το τόξο $\overset{\frown}{AB}$ έχει μήκος 2**π** cm, το εμβαδόν του κύκλου είναι:

Απάντηση:

$E = 36\pi\ cm2$

3.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το εμβαδόν κυκλικού τομέα (Ο $\overset{\frown}{AB}$), όπου *AB* πλευρά κανονικού 20-γωνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας 10 cm είναι ίσο με:

Απάντηση:

(Ο $\overset{\frown}{AB}$) = 5π cm²

5.36 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ21_Γεωμετρικοί Τόποι_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 21
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ21_Γεωμετρικοί Τόποι_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Γεωμετρικός τόπος, σημείο, μεσοκάθετη, ευθεία, κάθετη, τρίγωνο, τρίγωνα, διχοτόμος, γωνία, κέντρο, ακτίνα, παράλληλη, κύκλος, κατασκευές, ανάλυση, σύνθεση, απόδειξη, διερεύνυση, διαβήτη, χάρακα, μολύβι, ορθογώνιο, υποτείνουσα.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν την έννοια του γεωμετρικού τόπου.
ΔΣ2	Αναγνωρίζουν τους βασικούς γεωμετρικούς τόπους (Γ.Τ.)
ΔΣ3	Βρίσκουν συναρτήσει γνωστών Γ.Τ. άλλους Γ.Τ. που ικανοποιούν δοθέντες γεωμετρικές συνθήκες.
ΔΣ4	Κατανοούν και χρησιμοποιούν την αναλυτική και συνθετική μέθοδο στη λύση προβλημάτων και ειδικότερα χρησιμοποιώντας την αναλυτική και συνθετική μέθοδο και γεωμετρικές κατασκευές.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Να σημειώσετε τις ορθές και τις λανθασμένες δηλώσεις:

Απάντηση:

1. Γεωμετρική κατασκευή είναι η κατασκευή σχήματος με κανόνα και διαβήτη, όταν είναι γνωστά ορισμένα στοιχεία του. Σωστό ✓
2. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από δύο σταθερά σημεία είναι ο κύκλος με κέντρο το μέσο των δύο σημείων. Λάθος ✓
3. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων μίας γωνίας που ισαπέχουν από τις πλευρές της είναι η διχοτόμος της γωνίας. Σωστό ✓
4. Με τη σειρά τα στάδια της αναλυτικής-συνθετικής μεθόδου είναι: Σύνθεση-Διερεύνηση-Απόδειξη-Ανάλυση. Λάθος ✓

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε το γεωμετρικό τόπο με τον ορισμό του.

Απάντηση:

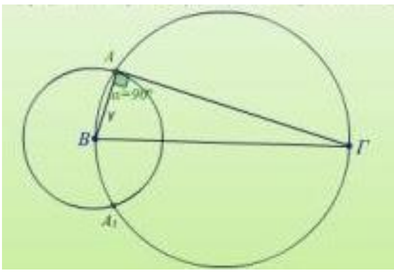
Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ του επιπέδου, τα οποία απέχουν από ένα σταθερό σημείο Ο σταθερή απόσταση R. -***Κύκλος με κέντρο το σημείο Ο και ακτίνα R.***

Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από δύο σταθερά σημεία Α και Β. -***Η Μεσοκάθετη του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ***

Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων μιας γωνίας που ισαπέχουν από τις πλευρές της. -***Η Διχοτόμος της γωνίας.***

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια από τις πιο κάτω αναλύσεις αποτελεί την ανάλυση της γεωμετρικής κατασκευής ενός ορθογωνίου τριγώνου ***ΑΒΓ*** του οποίου δίνονται η υποτείνουσα ***ΒΓ=α*** και μια κάθετη πλευρά του ***ΑΒ=γ***, όπου ***α*** και ***γ*** γνωστά τμήματα;



Απάντηση:

Ας υποθέσουμε ότι ***ΑΒΓ*** είναι το ζητούμενο τρίγωνο με τη γωνία ***Α***=90^{o}, ***ΒΓ***=***α*** και ***ΑΒ***=***γ***. Ας θεωρήσουμε γνωστή την πλευρά ***ΒΓ***. Το σημείο Α απέχει απόσταση γ από το ***Β***, άρα ανήκει στον κύκλο (***Β, γ***) και βλέπει το ***ΒΓ*** υπό ορθή γωνία, άρα ανήκει στον κύκλο διαμέτρου ***ΒΓ***.

5.37 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ22_Κάθετες ευθείες σε επίπεδο χώρο_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 22
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ22_Κάθετες ευθείες σε επίπεδο χώρο_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός, ίχνος, θεώρημα, απόδειξη, εφαρμογές, ορθογώνιο, μεσοκάθετος, θεώρημα τριών καθέτων, άτοπο, εφαρμογή, ορθογώνιο τρίγωνο, σχήμα, (π), μήκος, κύκλος, κάθετες ευθείες, επίπεδο.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν την ευθεία και την κάθετη σε επίπεδο και διατυπώνουν το σχετικό θεώρημα, το αποδεικνύουν και το εφαρμόζουν.
ΔΣ2	Ορίζουν το μεσοκάθετο επίπεδο ενός ευθύγραμμου τμήματος.
ΔΣ3	Αναφέρουν, εποπτικοποιούν και εφαρμόζουν τα θεωρήματα των 3 καθέτων.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5

5.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

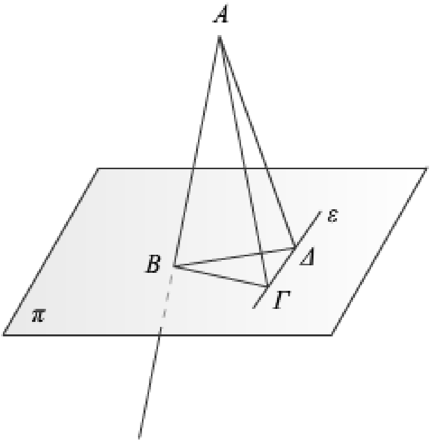
Με βάση το σχήμα να βρείτε ποιες από τις προτάσεις είναι ορθές και ποιες είναι λανθασμένες.

Απάντηση:

Αν $AB \perp (\pi)$ και $B\Gamma \perp (\varepsilon)$, τότε $A\Gamma \perp (\varepsilon)$. Σωστό ✓

Αν $AB \perp (\pi)$ και $A\Gamma \perp (\varepsilon)$, τότε $B\Gamma \perp (\pi)$. Λάθος ✓

Αν $A\Gamma \perp (\varepsilon)$, $B\Gamma \perp (\varepsilon)$ και $AB \perp B\Gamma$, τότε $AB \perp (\pi)$. Σωστό ✓

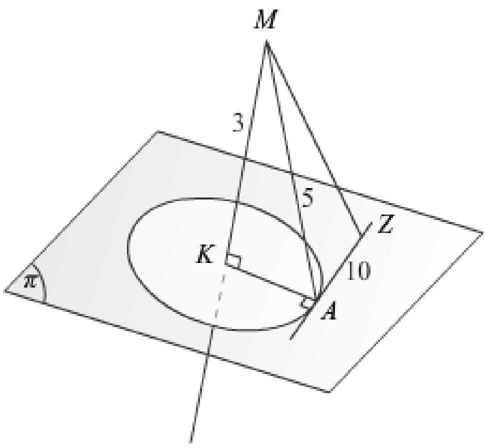


5.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος *ΚΑ* που φαίνεται στο σχήμα.

Απάντηση:

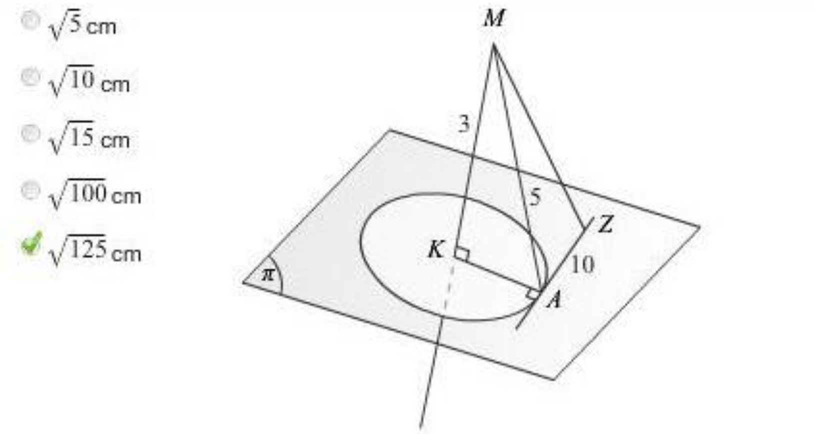
- 2 cm
- 3 cm
- ✓ 4 cm
- 5 cm
- 6 cm



5.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιο είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος *MZ* που φαίνεται στο σχήμα;

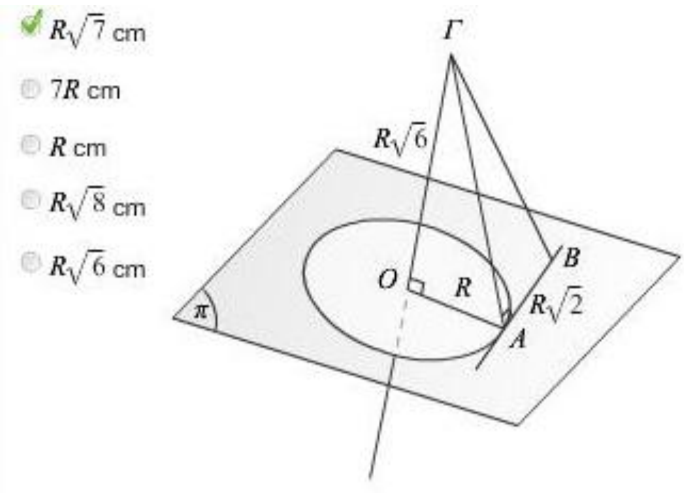
Απάντηση:



5.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Δίνεται κύκλος (*O, R*) και σε σημείο του *A* ένα εφαπτόμενο τμήμα $\boldsymbol{AB = R\sqrt{2}}$. Πάνω στη κάθετη προς το επίπεδο του κύκλου στο *O* παίρνουμε τμήμα $\boldsymbol{O\Gamma = R\sqrt{6}}$. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος *ΑΓ*.

Απάντηση:

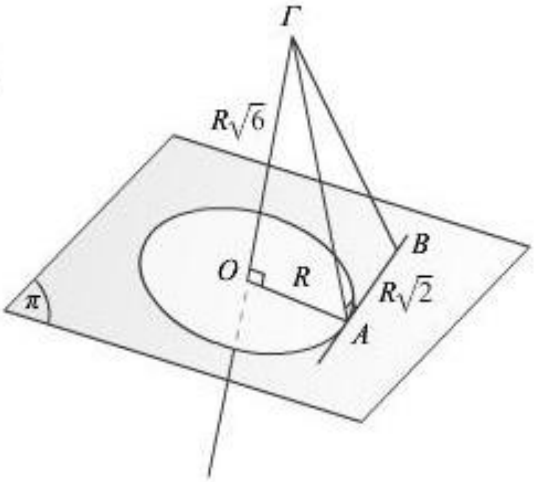


5.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Δίνεται κύκλος (*O, R*) και σε σημείο του A ένα εφαπτόμενο τμήμα $\boldsymbol{AB = R\sqrt{2}}$. Πάνω στη κάθετη προς το επίπεδο του κύκλου στο O παίρνουμε τμήμα $\boldsymbol{O\Gamma = R\sqrt{6}}$. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος *ΒΓ*.

Απάντηση:

- $9R$ cm
- $R\sqrt{8}$ cm
- ✔ $3R$ cm
- R cm
- $4R$ cm



5.38 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ23_Θεώρημα του Θαλή_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 23
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ23_Θεώρημα του Θαλή_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, θεώρημα του θαλή στο χώρο, επίπεδο, θεώρημα, θαλή, χώρο, επίπεδα, λόγος, παράλληλα, απόδειξη θεωρήματος του θαλή στο χώρο, τρίγωνα, ορθή προβολή ευθείας προς το επίπεδο, προβολή, σημείο, ορθή, ευθεία, γωνία κλίσης ευθείας προς επίπεδο, γωνία δύο ασύμβατων ευθειών, ασύμβατων, συνεπίπεδες, εφαρμογές εύρεσης γωνίας ασύμβατων ευθειών, κύβος, εφαρμογές, τριγωνικό, πρίσμα, δίεδρη γωνία, δίεδρη, ημιεπίπεδα, γωνία δύο επιπέδων, γωνία δύο τεμνενόμενων επιπέδων, τεμνενόμενα, κάθετα, εύρεση γωνία δύο επιπέδων, κανονικό, τετράδο, ειδικές περιπτώσεις εύρεσης της γωνίας δύο επιπέδων, ειδικές περιπτώσεις, Δραστηριότητα αξιολόγησης, θεώρημα, χώρο, κλίση, θεώρημα του θαλή.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Αναφέρουν, αποδεικνύουν και εφαρμόζουν το θεώρημα του Θαλή στο χώρο.
ΔΣ2	Ορίζουν και βρίσκουν την ορθή προβολή ευθείας (ευθυγράμμου τμήματος) και τη γωνία κλίσης ευθείας προς επίπεδο.
ΔΣ3	Ορίζουν και υπολογίζουν τη γωνία δυο επιπέδων και δυο ασύμβατων ευθειών.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5

5.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Να σημειώσετε τις ορθές και τις λανθασμένες δηλώσεις:

Απάντηση:

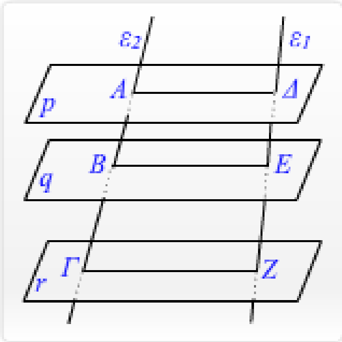
1. Δύο ασύμβατες ευθείες ανήκουν στο ίδιο επίπεδο. Λάθος ✓
2. Αν το μήκος της προβολής ευθύγραμμου τμήματος AB (A ανήκει στο επίπεδο) ισούται με την απόσταση του σημείου B από το επίπεδο, τότε η γωνία του AB ως προς το επίπεδο είναι 45°. Σωστό ✓
3. Η προβολή ευθείας πάνω σε επίπεδο είναι σημείο όταν η ευθεία σχηματίζει γωνία 90° με το επίπεδο. Σωστό ✓
4. Για την προβολή $K'\Lambda'$ ενός τμήματος $K\Lambda$ πάνω σε επίπεδο ισχύει πάντοτε $K'\Lambda' = K\Lambda$. Λάθος ✓
5. Αν κ είναι η κλίση μιας ευθείας ως προς επίπεδο θα ισχύει μόνο $90^\circ < \kappa < 180^\circ$. Λάθος ✓
6. Αν το επίπεδο τριγώνου $AB\Gamma$ τέμνει κάθετα επίπεδο π, τότε η προβολή του τριγώνου στο επίπεδο είναι ευθύγραμμο τμήμα. Σωστό ✓

5.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Στο σχήμα που δίνεται πιο κάτω, τα επίπεδα p, q και r είναι παράλληλα ($p \parallel q \parallel r$) και $B\Gamma = 6$ cm, $\Delta Z = 15$ cm, $AB = 4$ cm. Τότε η το μήκος του ΔE είναι:

Απάντηση:

- 2 cm
- 4 cm
- ✓ 6 cm
- 8 cm
- 10 cm

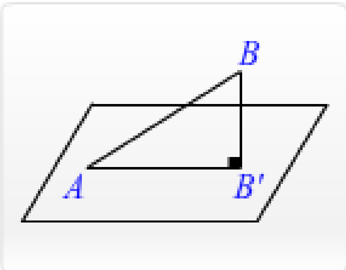


5.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Στο σχήμα που δίνεται πιο κάτω, αν $\boldsymbol{BB'} = \frac{AB}{2}$ τότε η κλίση της *ΑΒ* ως προς το επίπεδο είναι:

Απάντηση:

- ✓ 30°
- 45°
- 60°
- 75°
- 90°

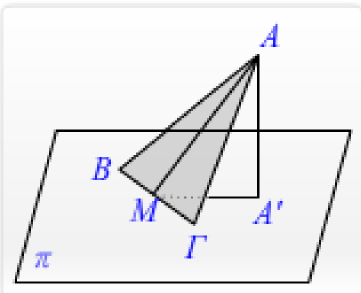


5.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Στο σχήμα που δίνεται πιο κάτω, το *ΑΒΓ* είναι ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς *α*, του οποίου η πλευρά *ΒΓ* ανήκει στο επίπεδο (*π)* και η κορυφή *Α* απέχει από το (*π*) απόσταση *ΑΑ΄* ίση με $\frac{\alpha\sqrt{3}}{4}$. Να υπολογίσετε τη δίεδρη γωνία των επιπέδων (*π*) και (*ΑΒΓ*).

Απάντηση:

- 60°
- ✓ 30°
- 90°
- 20°
- 120°

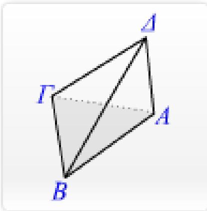


5.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

- Δίνεται στο σχήμα, τρίγωνο ***ΔΒΓ*** του οποίου η προβολή της κορυφής ***Δ*** βρίσκεται πάνω στο επίπεδο του τριγώνου ***ΑΒΓ*** και είναι το σημείο ***Α***. Αν $\boldsymbol{AB = A\Gamma = 5\,cm}$, $\Delta\Gamma = \Delta B = \sqrt{73}\ cm$ και $B\Gamma = 6\,cm$. Να βρείτε το μέτρο της δίεδρης γωνίας των επιπέδων ***(ΑΒΓ)*** και (***ΔΒΓ***).

Απάντηση:

- 30°
- 40°
- 60° ✓
- 80°
- 45°



5.39 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ24_Πρίσματα_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 24
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ24_Πρίσματα_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός, στοιχεία, μέτρηση, επιφάνεια, διαγώνιος, ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, κύβος, όγκος, τύπος, παραλληλεπίπεδο, κανονικό, τριγωνικό, κορυφές, εγγεγραμμένος, παράπλευρη επιφάνεια, πρίσμα, ορθό.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν το πρίσμα και αναφέρουν τα διάφορα στοιχεία τους (Γίνεται απλή αναφορά για το πλάγιο και δίνεται έμφαση στα ορθά κανονικά πρίσματα).
ΔΣ2	Αναφέρουν και εφαρμόζουν του τύπους για τον υπολογισμό του εμβαδού της επιφάνειας και του όγκου των πρισμάτων.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

<u>4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)</u>

Να απαντήσετε στις πιο κάτω ερωτήσεις.

<u>Απάντηση:</u>

Κάθε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο είναι ορθό πρίσμα. Σωστό ✓

Κάθε παραλληλεπίπεδο είναι ορθογώνιο. Λάθος ✓

Ο κύβος είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Σωστό ✓

Το πρίσμα του οποίου οι βάσεις είναι πολύγωνα ονομάζεται κανονικό πρίσμα. Λάθος ✓

Οι παράπλευρες έδρες ορθού τριγωνικού πρίσματος είναι ορθογώνια τρίγωνα. Λάθος ✓

<u>4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

Ο αριθμός των κορυφών σε ένα τριγωνικό πρίσμα είναι:

<u>Απάντηση:</u>

6

<u>4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

Κανονικό ορθό πρίσμα με ύψος υ έχει βάση εξάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R. Ποιο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του;

Απάντηση:

$6R\upsilon$

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν το εμβαδόν της βάσης ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι $16\ \mathrm{cm}^2$ και το ύψος του $4\ \mathrm{cm}$ τότε ο όγκος του είναι

Απάντηση:

$64\ \mathrm{cm}^3$

5.40 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ25_Πυραμίδες_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 25
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ25_Πυραμίδες_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός, στοιχεία, έδρες ακμές, κανονική, μη κανονική, κανονικό τετράεδρο, εμβαδόν, επιφάνεια, όγκο, τύπος, σχέση, πρίσμα, περίμετρος, εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας, τριγωνική, ισόπλευρο, παράπλευρο ύψος, τετραγωνική, ολική επιφάνεια, πυραμίδα, γωνική.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν την πυραμίδα και αναφέρουν τα διάφορα στοιχεία της (δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην κανονική πυραμίδα)
ΔΣ2	Αναφέρουν και εφαρμόζουν τους τύπους για τον υπολογισμό του εμβαδού της επιφάνειας και του όγκου των πυραμίδων

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Υποδείξετε ποιες από τις πιο κάτω δηλώσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.

Απάντηση:

Το τετράεδρο που έχει όλες του τις ακμές ίσες λέγεται κανονικό. Σωστό ✓

Μια τριγωνική πυραμίδα ονομάζεται και τετράεδρο. Σωστό ✓

Κάθε ορθό τριγωνικό πρίσμα χωρίζεται σε τρεις ισοδύναμες τριγωνικές πυραμίδες. Σωστό ✓

Οι παράπλευρες έδρες κανονικής πυραμίδας είναι ίσα ισοσκελή τρίγωνα. Σωστό ✓

Τριγωνικές πυραμίδες με ίσα ύψη έχουν ίσους όγκους. Λάθος ✓

Αν διπλασιάσουμε την πλευρά της βάσης μιας κανονικής πυραμίδας, τότε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς της διπλασιάζεται. Λάθος ✓

4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε την περίμετρο της βάσης μίας κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας, η οποία έχει εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 12 cm^2 και παράπλευρο ύψος 3 cm.

Απάντηση:

8 cm

4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε την πλευρά της βάσης μίας κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας, η οποία έχει εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 24 cm^2 και παράπλευρο ύψος 4 cm.

Απάντηση:

3 cm

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Μια τριγωνική ορθή πυραμίδα είναι κανονική αν η βάση της είναι τρίγωνο:

Απάντηση:

Ισόπλευρο

4.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 36 cm^2 και παράπλευρο ύψος 3 cm τότε η πλευρά της βάσης της είναι:

Απάντηση:

6 cm

4.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε τον όγκο V κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας με πλευρά βάσης α και ύψος υ.

Απάντηση:

$\frac{\alpha^2\upsilon}{3}$

4.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή της βάσης της 12 cm. Αν η ολική επιφάνειά της είναι 384 cm^2, πόσο είναι το ύψος της;

Απάντηση:

8 cm

5.41 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ26_Στερεά εκ περιστροφής (Κύλινδρος, κώνος)_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Α’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 26
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ26_Στερεά εκ περιστροφής (Κύλινδρος, Κώνος)_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, ορισμός και στοιχεία του κυλίνδρου, ορισμός, περιστροφή, κύλινδρος, στοιχεία, ορθός, άξονα περιστροφής, γενέτειρα, επιφάνεια, εμβαδόν επιφάνειας κυλίνδρου, εμβαδόν, όγκος κυλίνδρου, βάση, ύψος, στοιχεία κώνου, κώνος, άξονας περιστροφής, γενέτειρα, εμβαδόν επιφάνειας κώνου, κυρτή, όγκος κώνου, εφαρμογή, ακτίνα, κενό, ορθογώνιο τρίγωνο, Δραστηριότητα αξιολόγησης, υποτείνουσα, στερεό, στερεά εκ περιστροφής (κύλινδρος, κώνος), στερεά.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν τον κύλινδρο ως στερεό εκ περιστροφής και αναφέρουν τα στοιχεία του.
ΔΣ2	Αναφέρουν και εφαρμόζουν τους τύπους για τον υπολογισμό του εμβαδού επιφάνειας και του όγκου του κυλίνδρου.
ΔΣ3	Ορίζουν τον κώνο ως στερεό εκ περιστροφής και αναφέρουν τα στοιχεία του.
ΔΣ4	Αναφέρουν και εφαρμόζουν τους τύπους για τον υπολογισμό του εμβαδού επιφάνειας και του όγκου του κώνου.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

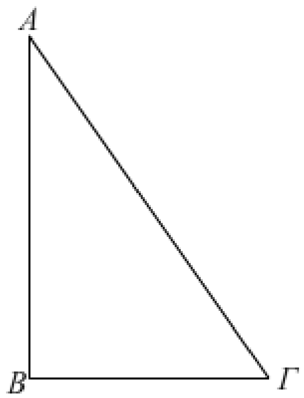
ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν περιστρέψω το ορθογώνιο τρίγωνο ***ΑΒΓ*** ($\hat{B} = 90^{o}$) γύρω από την ***ΒΓ***, τότε θα δημιουργηθεί κώνος με:

Απάντηση:

- [ ] ακτίνα την $ΒΓ$ και ύψος το $ΑΒ$
- [x] ακτίνα την $ΑΒ$ και ύψος το $ΒΓ$
- [ ] ακτίνα την $ΒΓ$ και γενέτειρα την $ΑΓ$
- [ ] ύψος την $ΑΒ$ και γενέτειρα την $ΑΓ$

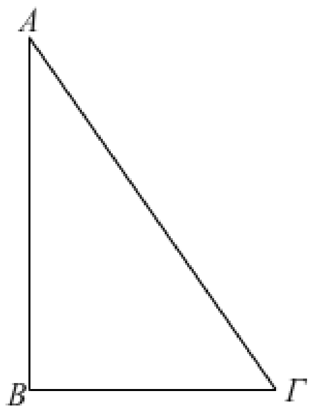


4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν περιστρέψω το ορθογώνιο τρίγωνο ***ΑΒΓ*** ($\hat{\mathbf{B}} = 90^{o}$) γύρω από την ***ΑΓ***, τότε θα δημιουργηθούν:

Απάντηση:

- [ ] Κώνος
- [ ] Κύλινδρος
- [ ] κώνος και κύλινδρος
- [x] Δύο κώνοι

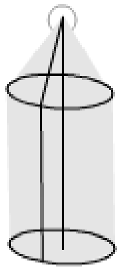


4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το στερεό που βλέπετε στην οθόνη έχει δημιουργηθεί από την περιστροφή:

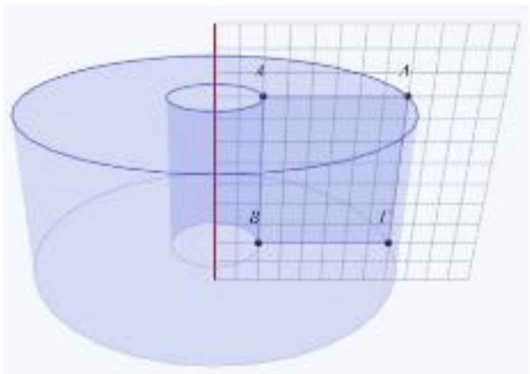
Απάντηση:

- Ενός ορθογωνίου τριγώνου γύρω από την υποτείνουσα του.
- ✓ Ενός ορθογωνίου τραπεζίου γύρω από τη μεγαλύτερη βάση του.
- Ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου γύρω από μία πλευρά του.
- Κανένα από τα πιο πάνω.



4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Ποιες από τις πιο κάτω δηλώσεις είναι ορθές και λανθασμένες; Το στερεό της εικόνας δημιουργήθηκε από την περιστροφή του ορθογωνίου ΑΒΓΔ. Ο άξονας περιστροφής εμφανίζεται με κόκκινο χρώμα.



Απάντηση:

1. Το στερεό είναι κύλινδρος. Λάθος ✓
2. Ο όγκος του στερεού προκύπτει από τη διαφορά των όγκων του κυλίνδρου με $R_1 = 8$ μονάδες και $\upsilon_1 = 7$ μονάδες και του κυλίνδρου με ακτίνα $R_2 = 2$ μονάδες και $\upsilon_2 = 7$ μονάδες. Σωστό ✓
3. Το εμβαδόν του στερεού είναι 128π τετραγωνικές μονάδες. Λάθος ✓
4. Ο εσωτερικός κύλινδρος είναι κενός. Σωστό ✓
5. Ο όγκος του στερεού είναι 420π κυβικές μονάδες. Σωστό ✓
6. Το εμβαδόν της βάσης του στερεού είναι 64π τετραγωνικές μονάδες. Λάθος ✓

5.42 ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ27_Στερεά εκ περιστροφής - Κόλουρος κώνος_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Β' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 27
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Β_ΨΕΠ27_Στερεά εκ περιστροφής -Κόλουρος κώνος_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, ορισμός, στοιχεία, τραπέζιο, κατασκευή, άξονα, εμβαδόν, επιφάνεια, όγκος, βάση, κενό, κύλινδρος, σχήμα, ορθογώνιο τραπέζιο, ακτίνα, ύψος, στερεό, περιστροφή, κόλουρος κώνος.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν κόλουρο κώνο ως στερεό εκ περιστροφής και αναφέρουν τα στοιχεία του.
ΔΣ2	Αναφέρουν και εφαρμόζουν τους τύπους για τον υπολογισμό του εμβαδού επιφάνειας του όγκου του κόλουρου κώνου.
ΔΣ3	Αναγνωρίζουν και υπολογίζουν το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο των στερεών που δημιουργούνται από την περιστροφή επίπεδου σχήματος γύρω από άξονα που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Ποιο επίπεδο σχήμα πρέπει να περιστρέψουμε κατά πλήρη περιστροφή, για να δημιουργηθεί ο κόλουρος κώνος; Ποιος θα είναι ο άξονας περιστροφής του;

Ενδεικτική Απάντηση:

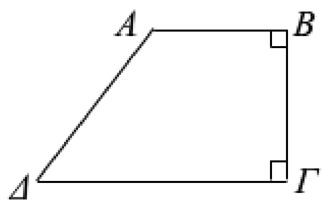
Ο κόλουρος κώνος δημιουργείται από την πλήρη περιστροφή του ορθογώνιου τραπεζίου με άξονα περιστροφής τη μη παράλληλη πλευρά που είναι κάθετη στις δύο βάσεις.

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το ορθογώνιο τραπέζιο *ΑΒΓΔ* περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την *ΒΓ*. Η ακτίνα της μεγάλης βάσης είναι *η*:

Απάντηση:

- ○ *ΑΔ*
- ○ *ΑΒ*
- ✔ *ΔΓ*
- ○ *ΒΓ*



3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

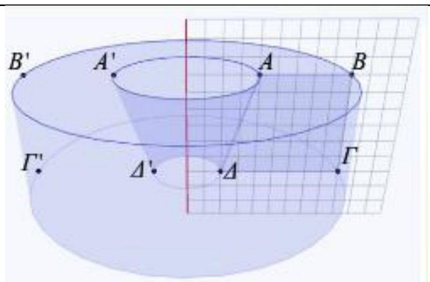
Αν διπλασιάσουμε το ύψος ενός κόλουρου κώνου τότε ο όγκος του:

Απάντηση:

Θα διπλασιαστεί.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Ποιες από τις πιο κάτω δηλώσεις είναι ορθές και λανθασμένες; Το στερεό της εικόνας δημιουργήθηκε από την περιστροφή του ορθογωνίου τραπεζίου ΑΒΓΔ με άξονα περιστροφής την κόκκινη γραμμή.



Απάντηση:

1. Το στερεό είναι κύλινδρος. Λάθος
2. Ο όγκος του στερεού προκύπτει από τη διαφορά των όγκων του κυλίνδρου με $R_1 = 9$ μονάδες και $\upsilon_1 = 6$ μονάδες και του κόλουρου κώνου με ακτίνα $R_2 = 4$ μονάδες, $\rho_2 = 2$ μονάδες και $\upsilon_2 = 6$ μονάδες. Σωστό
3. Το μήκος της γενέτειρας του εσωτερικού κόλουρου κώνου είναι 6 μονάδες. Λάθος
4. Το σχήμα που έχει αφαιρεθεί από τον κύλινδρο είναι κώνος. Λάθος
5. Ο όγκος του στερεού είναι 486π κυβικές μονάδες. Λάθος
6. Το εμβαδόν των δύο βάσεων του στερεού είναι 65π τετραγωνικές μονάδες και 77π τετραγωνικές μονάδες. Σωστό
7. Το εμβαδόν του στερεού είναι $\left(250 + 12\sqrt{10}\right)\pi$ τετραγωνικές μονάδες. Σωστό

5.43 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ01_Γραφική παράσταση συναρτήσεων που ορίζονται παραμετρικά_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 01
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ01_Γραφική παράσταση συναρτήσεων που ορίζονται παραμετρικά_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός, παράμετρος, γραφική παράσταση, καμπύλη, έλλειψη, καρτεσιανή εξίσωση, απαλοιφή, αντιστοίχιση, κύκλος, ακτίνα, σημείο, παραμετρικές, συναρτήσεις.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	ορίσουν τι είναι παράμετρος
ΔΣ2	ορίζουν και να αναγνωρίζουν συναρτήσεις που ορίζονται παραμετρικά
ΔΣ3	βρίσκουν το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών συναρτήσεων που ορίζονται παραμετρικά
ΔΣ4	αναγνωρίζουν πότε ένα σημείο με συντεταγμένες (x,y) ανήκει σε μια καμπύλη η οποία δίνεται με παραμετρικές εξισώσεις
ΔΣ5	κάνουν τη γραφική παράσταση συνάρτησης που ορίζεται παραμετρικά
ΔΣ6	απαλείφουν την παράμετρο για να καταλήξουν στην καρτεσιανή εξίσωση της, f(x,y)=0, όπου είναι δυνατόν.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε την καρτεσιανή με τις παραμετρικές εξισώσεις της κάθε καμπύλης.

Απάντηση:

Α. $y = 3t,\ x = t$ ——————**Β** $y = 3x$

Β. $x = t^2,\ y = 2t$ ———————**3.** $y^2 = 4x$

Γ. $x = 3\eta\mu\, t,\ y = 3\sigma\upsilon\nu\, t$--- **1.** $x^2 + y^2 = 9$

Δ. $x = t - 2,\ y = t^2$ ——-- **4.** $y = (x + 2)^2$

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Η καμπύλη με παραμετρικές εξισώσεις $x = 3\eta\mu\, t,\ y = 3\sigma\upsilon\nu\, t,\ 0 \le t < 2\pi$, παριστάνει:

Απάντηση:

Κύκλο

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Για ποια τιμή του α η καμπύλη με παραμετρικές εξισώσεις $x = \alpha\,\eta\mu\, t,\ y = \alpha\,\sigma\upsilon\nu\, t,\ 0 \le t \le 2\pi$, παριστάνει κύκλο με ακτίνα 5 μονάδες;

Απάντηση:

$\alpha = 5$

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η παράμετρος στις εξισώσεις της καμπύλης $x = \alpha\,\eta\mu\, t,\ y = \beta\,\sigma\upsilon\nu\, t,\ 0 \le t \le 2\pi$;

Απάντηση:

t

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Σε ποια/ποιες από τις ακόλουθες καμπύλες ανήκει το σημείο ***A***(3,0);

Απάντηση:

Όλες τις πιο πάνω.

3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Η καρτεσιανή εξίσωση της καμπύλης με παραμετρικές εξισώσεις τις $x = \alpha\,\eta\mu\, t,\ y = \beta\,\sigma\upsilon\nu\, t$ μπορεί να είναι:

Απάντηση:

$x^2 + y^2 = 9$ Σωστό

$y^2 = 4(x-2)$ Λάθος

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ Σωστό

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ Σωστό

5.44 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ02_Θεώρημα μέσης τιμής διαφορικού λογισμού_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 02
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ02_Θεώρημα μέσης τιμής διαφορικού λογισμού_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, μέση τιμή, Lagrange, υποθέσεις, συνάρτηση, Rolle, ταχύτητα, χρόνο, υψόμετρο, διαδρομή, γραφικές παραστάσεις, διάστημα, συνάρτηση, Θ.Μ.Τ, lnx, μέση τιμή διαφορικού λογισμού, θεώρημα.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Διατυπώνουν το Θεώρημα Μέσης Τιμής (Θ.Μ.Τ.) του Διαφορικού Λογισμού και να εξηγούν τη γεωμετρική του σημασία.
ΔΣ2	Εφαρμόζουν το Θ.Μ.Τ. στην απόδειξη άλλων θεωρημάτων και στην επίλυση ασκήσεων.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

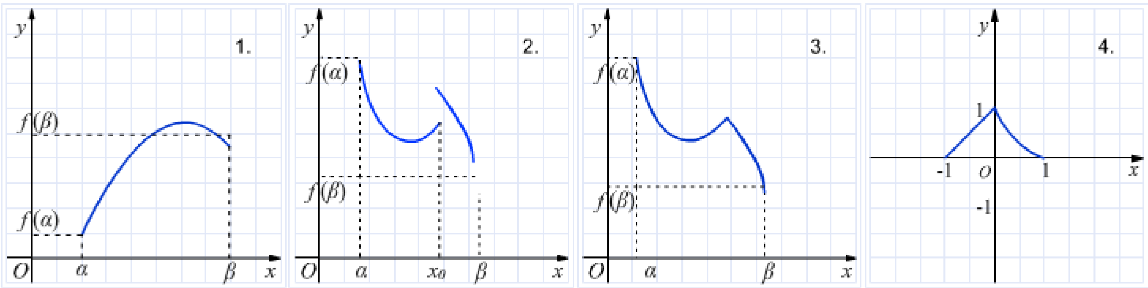
ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Να εξετάσετε κατά πόσο ισχύουν οι προϋποθέσεις του Θ.Μ.Τ. στο διάστημα [*α*, *β*] στις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις.

Απάντηση:

Σωστό Λάθος Λάθος Λάθος



4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Με δεδομένο ότι για τη συνάρτηση $\boldsymbol{f(x)} = e^x \,\forall\, \boldsymbol{\alpha, \beta} \in \mathbb{R}$ με $\boldsymbol{\alpha}<\boldsymbol{\beta}$ $\exists\, \kappa \in (\alpha,\beta)$ ώστε να ισχύει το Θ.Μ.Τ. τότε:

Απάντηση:

$\Gamma.\ e^{\alpha} - e^{\beta} = e^{\kappa}\ (\alpha - \beta)$

4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το θεώρημα μέσης τιμής του διαφορικού λογισμού για τη συνάρτηση $f(x) = ln\, x, \forall\, 0 < x_1 < x_2 \,\exists\, \xi \in (x_1, x_2)$ ώστε να ισχύει:

Απάντηση:

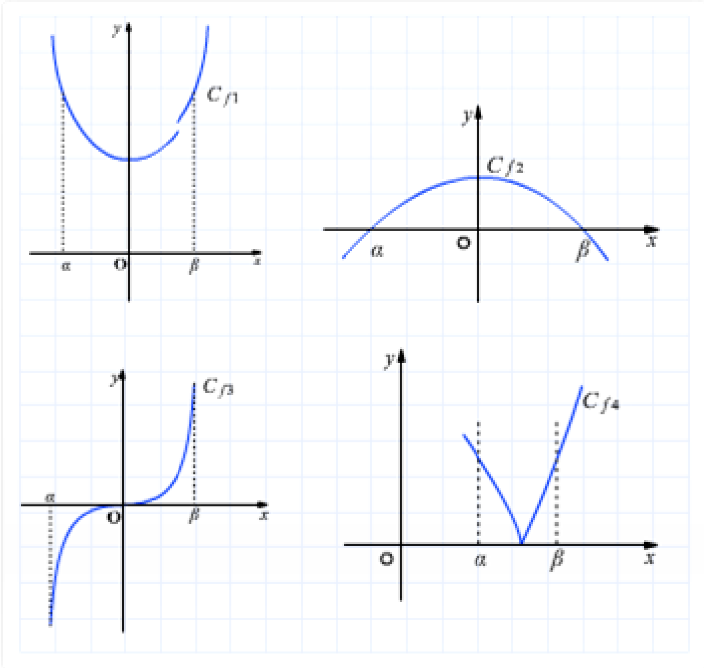
$\mathrm{B}.\ \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \left(\frac{x_1 - x_2}{\xi}\right)$

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $\boldsymbol{f_1}, \boldsymbol{f_2}, \boldsymbol{f_3}, \boldsymbol{f_4}$. Ποιες ικανοποιούν τις υποθέσεις του Θ.Μ.Τ. στο [*α, β*].

Απάντηση:

- ☐ f_2 και f_4
- ☐ μόνο η f_4
- ☐ μόνο η f_2
- ☑ f_2 και f_3
- ☐ f_1 και f_4



5.45 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ03_Μονοτονία Συνάρτησης - Εφαρμογές_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 03
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ03_Μονοτονία Συνάρτησης - Εφαρμογές_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, αύξουσα, φθίνουσα, πρόσημο, παράγωγος, διάστημα, σημεία, γραφική παράσταση, μονοτονία, συνάρτηση.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	ορίζουν την αύξουσα/φθίνουσα/γνησίως αύξουσα/γνησίως φθίνουσα/σταθερή συνάρτηση σε διάστημα Δ
ΔΣ2	διατυπώνουν και να εφαρμόζουν στη μελέτη της μονοτονίας συνεχούς συνάρτησης το κριτήριο: Αν μια συνάρτηση είναι ορισμένη σε διάστημα $\Delta \subseteq R$ και παραγωγίζεται σε κάθε σημείο $x \in \Delta$, ισχύουν οι πιο κάτω προτάσεις: α) Ισχύει f΄(χ) > 0 (αντίστοιχα f΄(χ) < 0) για κάθε $x \in \Delta$, επιπλέον όμως δεν υπάρχει κανένα υποδιάστημα του Δ τέτοιο ώστε η f΄(χ) να μηδενίζεται σε κάθε σημείο του υποδιαστήματος αυτού β) Η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα (αντιστοίχως φθίνουσα) στο διάστημα Δ

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

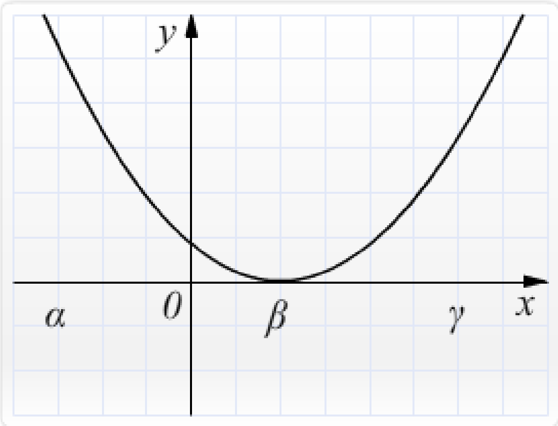
ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να παρατηρήσετε την πιο κάτω γραφική παράσταση της συνάρτησης f. Σε ποιο διάστημα η συνάρτηση είναι αύξουσα;

Απάντηση:

- Στο διάστημα $[\alpha, \beta]$
- ✓ Στο διάστημα $[\beta, \gamma]$
- Πουθενά δεν είναι αύξουσα
- Είναι παντού αύξουσα

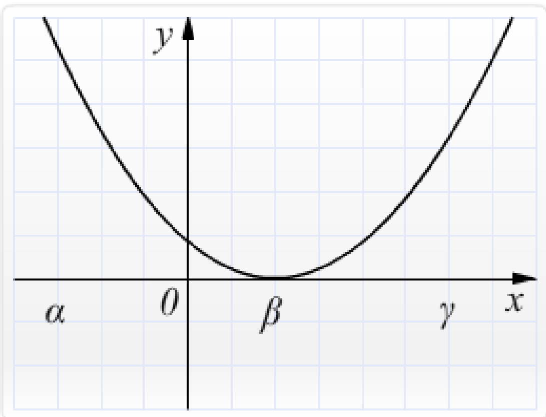


4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να παρατηρήσετε την πιο κάτω γραφική παράσταση της συνάρτησης f. Σε ποιο διάστημα η συνάρτηση είναι φθίνουσα;

Απάντηση:

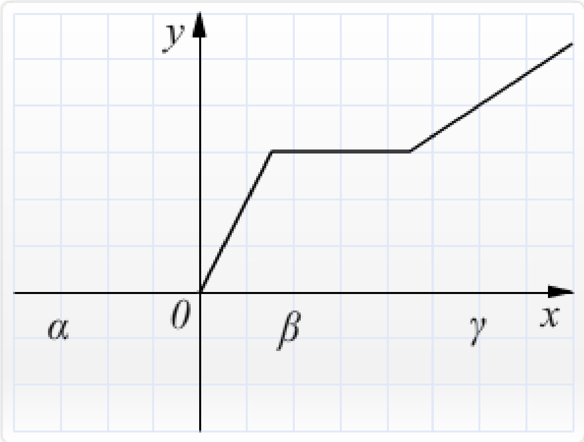
- ✓ Στο διάστημα $[\alpha, \beta]$
- Στο διάστημα $[\beta, \gamma]$
- Πουθενά δεν είναι φθίνουσα
- Είναι παντού φθίνουσα



4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Η συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση παρουσιάζεται στο διάγραμμα είναι γνησίως φθίνουσα.

Απάντηση:

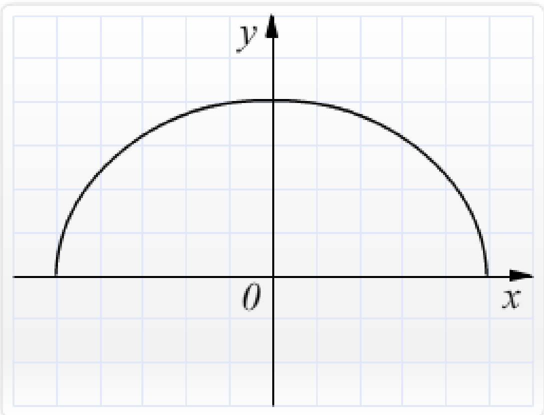


Λάθος ✓

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Η συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση παρουσιάζεται στο διάγραμμα είναι γνησίως φθίνουσα.

Απάντηση:



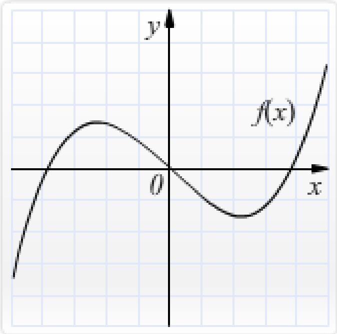
Λάθος ✓

<u>4.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής</u>

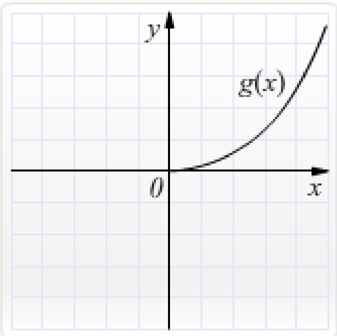
Ποια από τις συναρτήσεις είναι γνησίως αύξουσα:

<u>Απάντηση:</u>

Α.



✓ Β.



<u>4.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)</u>

Αν η συνάρτηση f ορίζεται στο $\mathbb{R}$ και ισχύει, $f'(x) = x^3 - 2x^2$, τότε:

<u>Απάντηση:</u>

(α) Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\left(-\infty,\ 0\right)$ Σωστό ✓

(β) Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\left[2,+\infty\right)$ Σωστό ✓

(γ) Η f είναι σταθερή στο $\mathbb{R}$ Λάθος ✓

(δ) Η f είναι φθίνουσα στο $\left(-\infty,\ 2\right]$ Σωστό ✓

(ε) Η f είναι φθίνουσα στο $\left[0,2\right]$ Σωστό ✓

5.46 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ04_ Τοπικά ακρότατα συνάρτησης - Θεώρημα Fermat_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 04
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ04_Τοπικά ακρότατα συνάρτησης - Θεώρημα Fermat_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, μέγιστο, ελάχιστο, θεώρημα fermat, εφαπτομένη, α' παράγωγος, διάστημα, εφαρμογή, ταχύτητα, κύκλος, γραφική παράσταση, παραγωγίσιμη, συνάρτηση, f' (β), τιμή, ολικό ελάχιστο, ολικά, τοπικό, ακρότατο.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν την τοπικά μέγιστη / τοπικά ελάχιστη τιμή μιας συνάρτησης.
ΔΣ2	Ορίζουν τα σημεία τοπικών ακρότατων της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης.
ΔΣ3	Διακρίνουν μεταξύ της τοπικά μέγιστης / ελάχιστης τιμής και της ολικά μέγιστη / ελάχιστης τιμής μιας συνάρτησης.
ΔΣ4	Διατυπώνουν και αποδεικνύουν την αναγκαία συνθήκη για να είναι ένα εσωτερικό σημείο του πεδίου ορισμού μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης, σημείο τοπικού ακρότατου (θεώρημα του Fermat): Αν η f/Δ παρουσιάζει στο εσωτερικό σημείο x0 του Δ τοπικό ακρότατο (μέγιστο ή ελάχιστο) και υπάρχει η $f'(x_0)$, τότε είναι $f'(x_0)=0$

ΔΣ5	Διατυπώνουν και αποδεικνύουν το θεώρημα (κριτήριο της α΄ παραγώγου): Έστω f συνάρτηση παραγωγίσιμη σε διάστημα (γ,δ) και συνεχής στο $x_0 \in (\gamma,\delta)$ με $f'(x_0)=0$. α) Αν $\forall x \in (\gamma, x_0)$ είναι $f'(x_0)$ >0 και $\forall x \in (x_0,\delta)$ είναι $f'(x_0)$<0, τότε η τιμή $f(x_0)$ είναι τοπικά μέγιστη. β) Αν $\forall x \in (\gamma, x_0)$ είναι $f'(x_0)$<0 και $\forall x \in (x_0,\delta)$ είναι $f'(x_0)$>0, τότε η τιμή $f(x_0)$ είναι τοπικά ελάχιστη.
ΔΣ6	Χρησιμοποιούν το κριτήριο της πρώτης παραγώγου για την εύρεση των ακρότατων τιμών συνάρτησης.

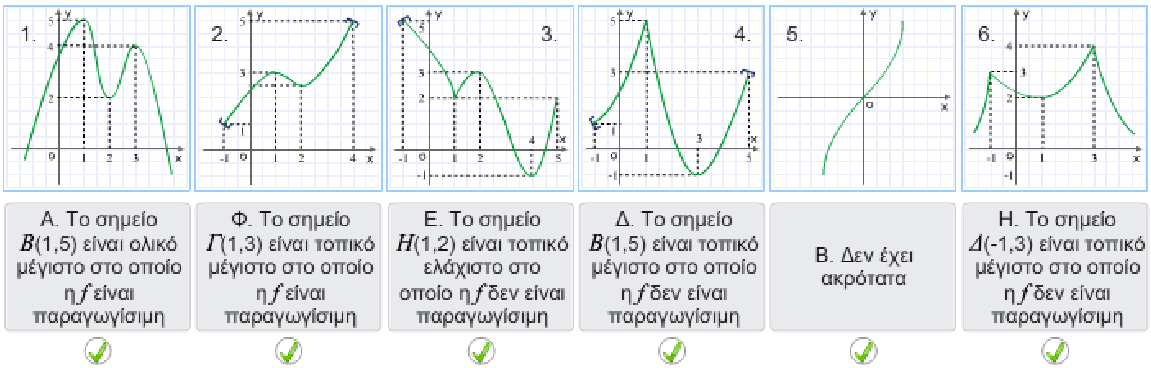
Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω

Να επιλέξετε μία ορθή δήλωση για κάθε γραφική παράσταση συνάρτησης και να την τοποθετήσετε κάτω από την παράσταση.

Απάντηση:



4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν η συνάρτηση $f(x)$είναι παραγωγίσιμη σε διάστημα $\Delta \subseteq \mathbb{R}$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\boldsymbol{\Delta}$, τότε η $f'(x)$ είναι αρνητική

Απάντηση:

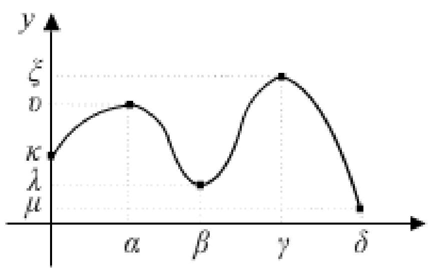
σε όλα τα εσωτερικά σημεία του Δ

4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η τιμή της $f'(\beta)$ στην πιο κάτω γραφική παράσταση;

Απάντηση:

- ✔ 0
- ○ λ
- ○ υ
- ○ κ

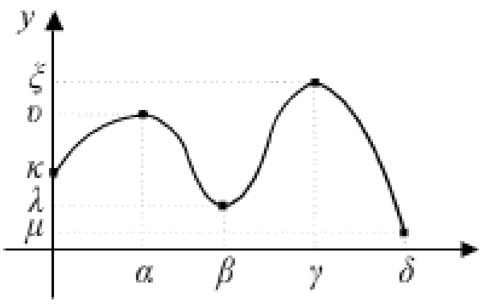


4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιο είναι το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης;

Απάντηση:

- (α, ν)
- ✓ (δ, μ)
- (β, λ)
- $(0, \kappa)$



4.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν μια συνάρτηση $\boldsymbol{f}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0, με $\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x}_0) = 0$, τότε:

Απάντηση:

Η $\boldsymbol{f}$ πιθανόν να παρουσιάζει ακρότατο στο $\boldsymbol{x}_0$

4.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Έστω μια συνάρτηση $\boldsymbol{f}$, η οποία παρουσιάζει τοπικά και ολικά ακρότατα, τότε:

Απάντηση:

Το ολικό μέγιστο είναι μεγαλύτερο από το ολικό ελάχιστο.

5.47 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ05_Β' Θεώρημα για την εύρεση τοπικών ακρότατων, εφαρμογές τοπικών ακρότατων_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 5
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ5_Β΄ Θεώρημα για την εύρεση τοπικών ακρότατων, εφαρμογές τοπικών ακρότατων_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, β' παράγωγος, κριτήριο, μέγιστο, ελάχιστο, παραγωγίσιμη συνάρτηση, f (x), αντιστοίχιση, f′′(x), παραγωγίζεται, τοπικό, ακρότατο.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Διατυπώνουν και εφαρμόζουν στην εύρεση ακρότατων τιμών συνάρτησης το θεώρημα (κριτήριο της β΄ παραγώγου): Έστω f παραγωγίσιμη σε διάστημα Δ και x0 εσωτερικό σημείο του Δ για το οποίο ισχύει $f'(x_0)=0$ και υπάρχει η $f''(x_0)$: Αν $f''(x_0)$<0, τότε η τιμή f(x0) είναι τοπικά μέγιστη. Αν $f''(x_0)$>0, τότε η τιμή f(x0) είναι τοπικά ελάχιστη.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Έστω f παραγωγίσιμη συνάρτηση σε ένα διάστημα (α, β) και $x_0 \in (\alpha, \beta)$. Αν η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο x_0, τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό μέγιστο της f στο (α, β), αν:

Απάντηση:

$f'(x_0) = 0$ και $f''(x_0) < 0$

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Αν $f(x) = e^x - x - 1$, τότε το 0 είναι ελάχιστο της f.

Απάντηση:

Σωστό

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Το $f(1) = 0$ είναι μέγιστο της συνάρτησης $f(x) = "ln" x - x + 1$

Απάντηση:

Σωστό

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Αν το $f(x_0)$ είναι τοπικό ακρότατο της f στο (α, β) και η f παραγωγίζεται δύο φορές στο x_0, τότε δεν είναι υποχρεωτικά $f''(x) \neq 0$

Απάντηση:

Σωστό

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Αν $x_0 \in (\alpha, \beta)$ και $f''(x_0) > 0$, τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f.

Απάντηση:

Λάθος

5.48 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ06_Κοίλη/Κυρτή συνάρτηση – Σημεία καμπής_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 06
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ06_Κοίλη/Κυρτή συνάρτηση – Σημεία καμπής_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, γραφική παράσταση, θεώρημα, αναγνώριση, συνάρτηση, δεύτερη παράγωγος, πρόσημο, πρώτη παράγωγος, αύξουσα, φθίνουσα, παράγωγος, κοίλη κυρτή, σημεία καμπής.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ελέγχουν την κοιλότητα/κυρτότητα του διαγράμματος μιας συνάρτησης από το πρόσημο της β' παραγώγου της ○ ορίζουν τα σημεία καμπής του διαγράμματος μιας συνάρτησης (αλλαγή από κοίλα προς τα άνω σε κοίλα προς τα κάτω και αντίστροφα) ○ δικαιολογούν με χρήση διαγράμματος ότι, αν σημείο $P(x_0, y_0)$ είναι σημείο καμπής, τότε $f''(x_0)=0$ ή δεν υπάρχει η f΄΄ στο x_0. ○ εφαρμόζουν το κριτήριο εύρεσης σημείων καμπής: Αν στο σημείο χ του πεδίου ορισμού συνάρτησης f είναι $f''(x_0)=0$ και η f'' αλλάζει πρόσημο εκατέρωθεν του x_0, τότε το σημείο $P(x_0, f(x_0))$ είναι σημείο

	καμπής του διαγράμματος της f.
ΔΣ2	εφαρμόζουν το κριτήριο εύρεσης σημείων καμπής: Αν στο σημείο x0 του πεδίου ορισμού συνάρτησης f είναι $f'(x_0)=0$ και η f δεν αλλάζει πρόσημο εκατέρωθεν του σημείου x0 , τότε το σημείο $P(x_0, f(x_0))$ είναι σημείο καμπής.

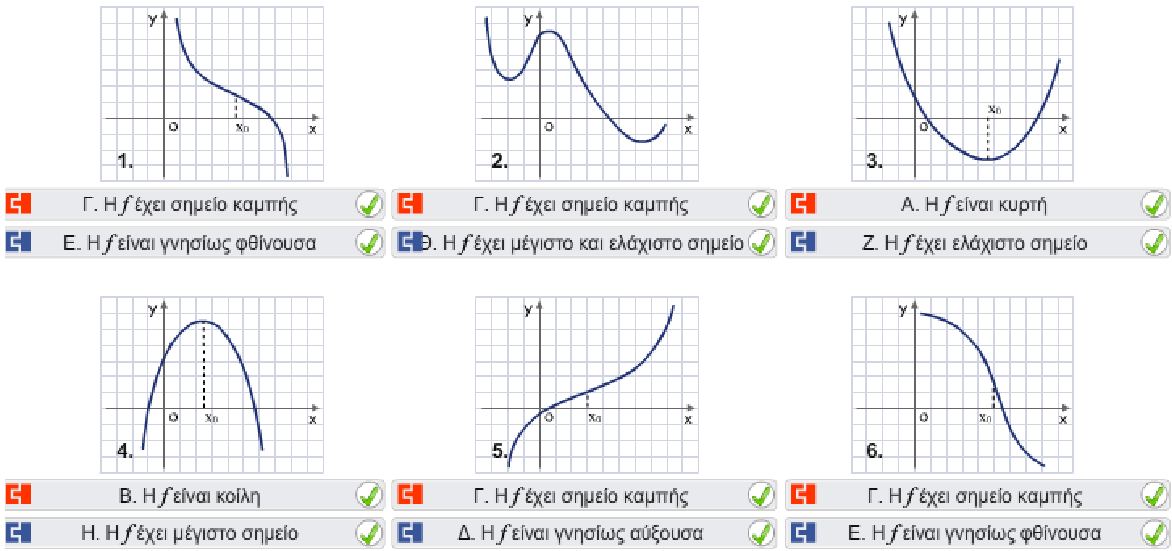
Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω

Να τοποθετήσετε τις κατάλληλες δηλώσεις κάτω από τις γραφικές παραστάσεις.

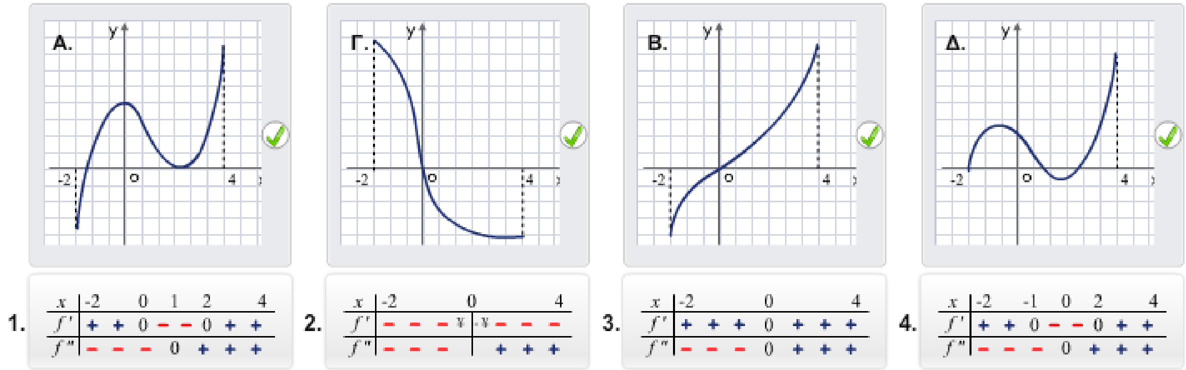
Απάντηση:



4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε τις γραφικές παραστάσεις με τον κατάλληλο πίνακα που παρουσιάζει το πρόσημο της πρώτης και της δεύτερης παραγώγου.

Απάντηση:



5.49 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ07_Ασύμπτωτες ευθείες του διαγράμματος συνάρτησης_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 07
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ07_Ασύμπτωτες ευθείες του διαγράμματος συνάρτησης_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, κατακόρυφη, χαρακτηριστικά, οριζόντια, πλάγια, εφαρμογή, καμπύλη, f (x), ασύμπτωτη, ευθεία.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	ορίζουν και να βρίσκουν τις κατακόρυφες ασύμπτωτες του διαγράμματος μιας συνάρτησης.
ΔΣ2	Ορίζουν και να βρίσκουν τις οριζόντιες ασύμπτωτες του διαγράμματος μιας συνάρτησης.
ΔΣ3	Βρίσκουν τις πλάγιες ασύμπτωτες συναρτήσεων της μορφής $\psi = \frac{h(x)}{g(x)}$, όπου $h(x)$ και $g(x)$ ακέραια πολυώνυμα και ο βαθμός του $h(x)$ είναι κατά μια μονάδα μεγαλύτερος του βαθμού του $g(x)$.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Η κατακόρυφη ασύμπτωτη της $\boldsymbol{f}(x) = \frac{(x^2 + x - 2)}{(x - 2)}$ είναι:

Απάντηση:

$x = 2$

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Η οριζόντια ασύμπτωτη της $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \frac{x^2 + \chi - 2}{x - 2}$ είναι:

Απάντηση:

Δεν έχει ασύμπτωτη.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Η πλάγια ασύμπτωτη της $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$ είναι:

Απάντηση:

$y = x + 3$

5.50 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ08_Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 08
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ08_Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, μελέτη γραφικής παράστασης, πολυωνυμικής μορφή, πεδίο ορισμού, σημεία τομής, πρόσημο, παράγωγος, μονοτονία, κοίλα, ακρότατα, σημεία καμπής, πίνακα, ασύμπτωτη, κατασκευή γραφικής παράστασης,πολυωνυμική μορφή, y=f (x) /g (x), υπερβατικές συναρτήσεις, πεδίο τιμών, εφαρμογή, ημ χ, εφ χ, τοπικό ακρότατο, γνησίως, αύξουσα, φθίνουσα, Δραστηριότητα αξιολόγησης, ασύμπτωτες, διάστημα, μέγιστο, τοπικό, ελάχιστο, σχήμα, γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Μελετούν και να παριστάνουν γραφικά συναρτήσεις: α) Πολυωνυμικής μορφής, β) της μορφής $y=\frac{f(x)}{g(x)}$, όπου $f(x)$ και $g(x)$ πολυώνυμα, γ) υπερβατικές

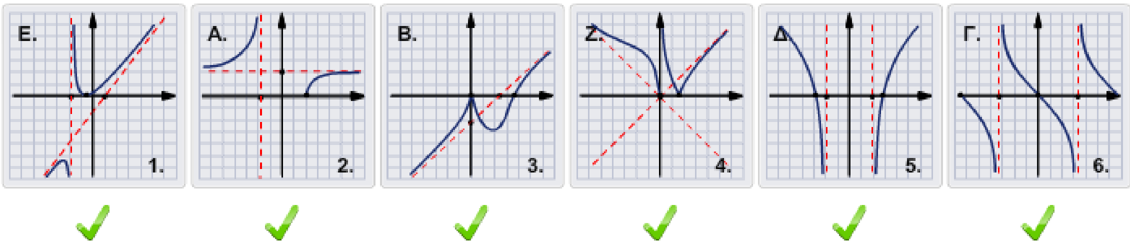
Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5

5.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Σύρω και αφήνω

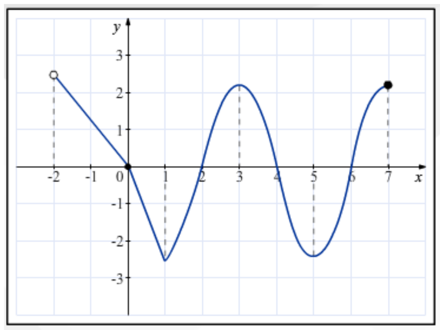
Να αντιστοιχίσετε τα διαγράμματα που παρουσιάζουν ασύμπτωτες με τις κατάλληλες γραφικές παραστάσεις.

Απάντηση:



5.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Το πεδίο ορισμού της f είναι [-2, 7].

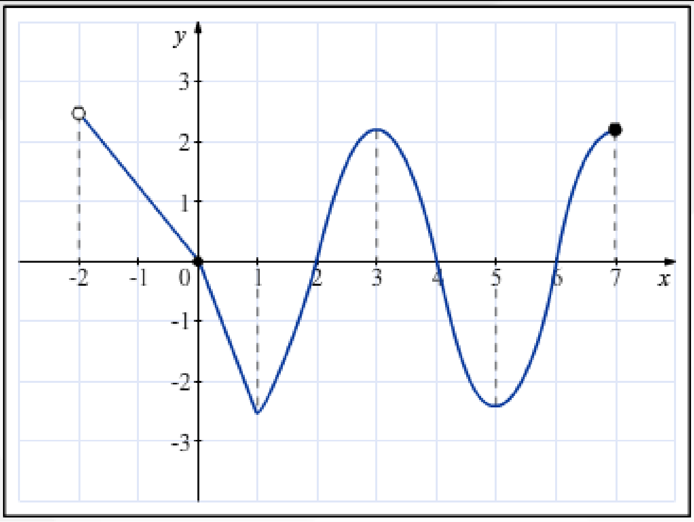


Απάντηση:

Λάθος

5.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Το πεδίο ορισμού της f είναι (-2, 7].

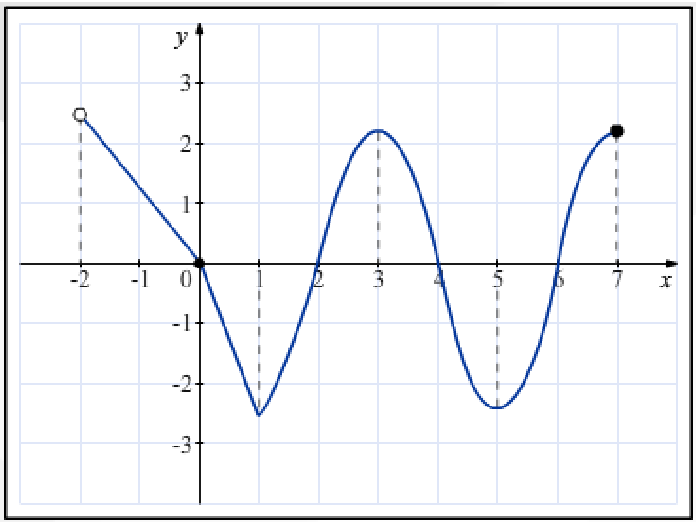


Απάντηση:

Σωστό

5.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Η συνάρτηση $\boldsymbol{f}$ παρουσιάζει στο διάστημα (2, 4) τοπικό μέγιστο, για $x = 3$.

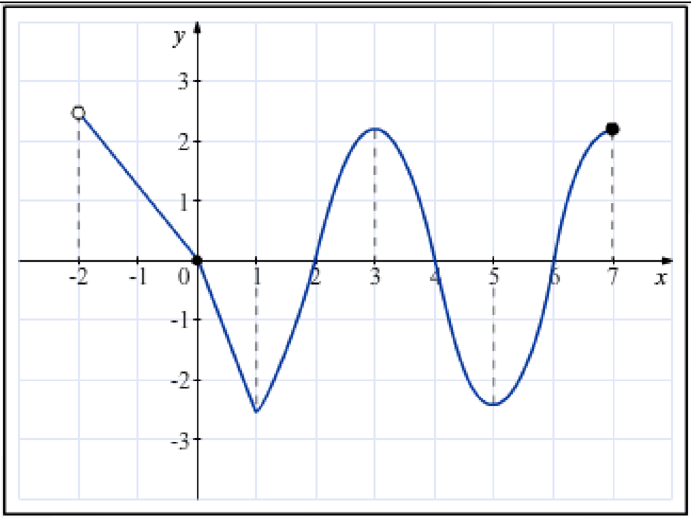


Απάντηση:

Σωστό

5.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Ισχύει ότι $f\,'(3) \neq 0$.

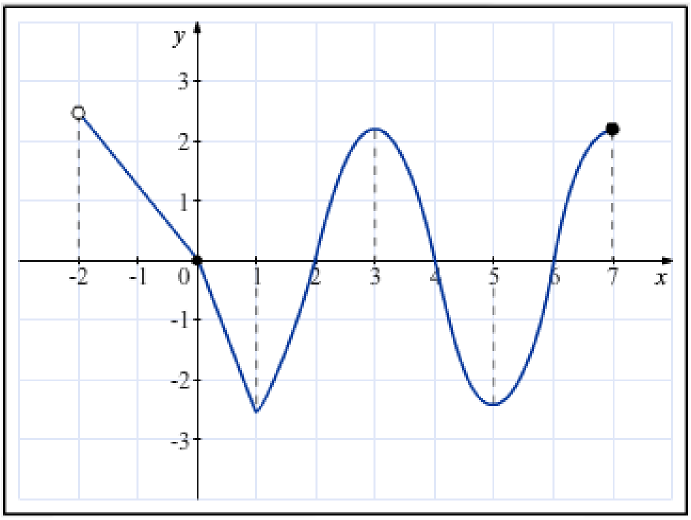


Απάντηση:

Λάθος

5.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Στο διάστημα (2, 3) η συνάρτηση f είναι αύξουσα.

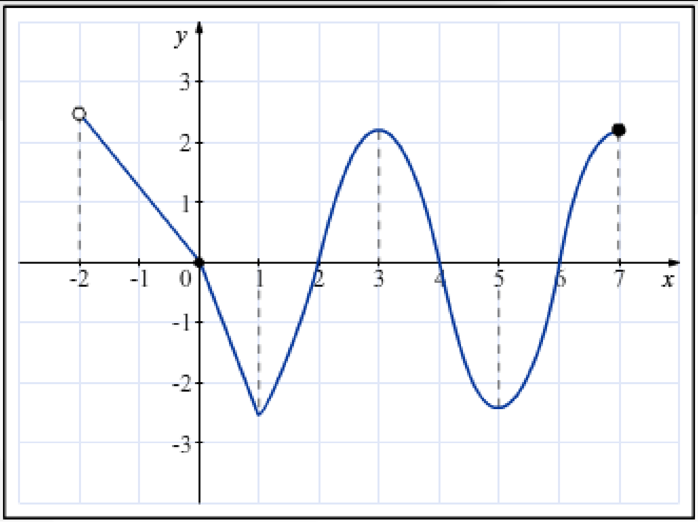


Απάντηση:

Σωστό

5.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Ισχύει ότι $f\,'(5) \neq 0$.

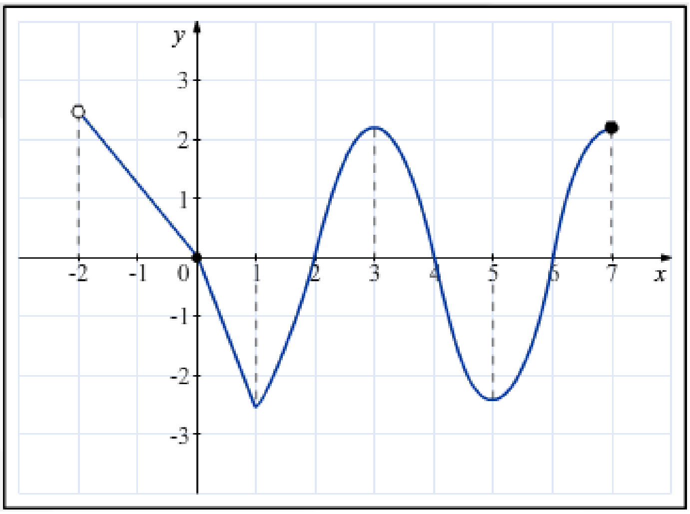


Απάντηση:

Λάθος

5.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Στο διάστημα (0, 2) η συνάρτηση παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 1$.

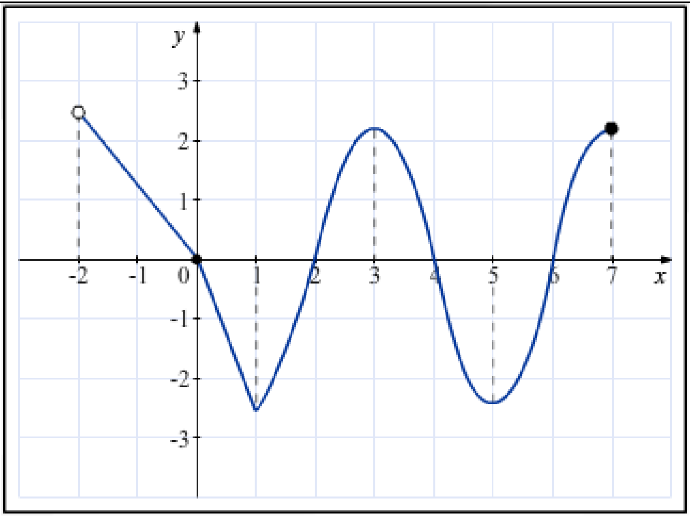


Απάντηση:

Σωστό

5.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Ορίζεται το $f\,'(1)$.

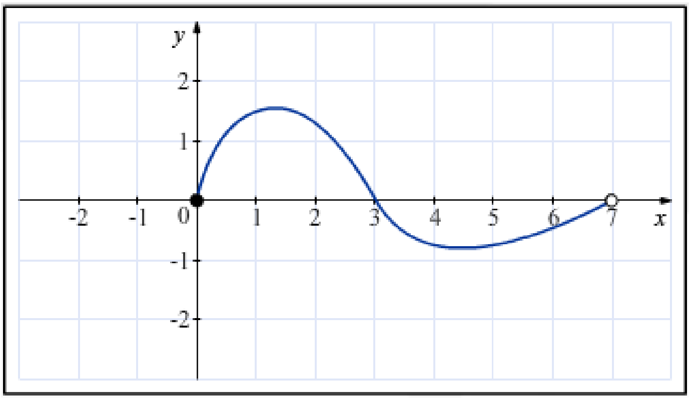


<u>Απάντηση:</u>

Λάθος

5.10. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ερώτηση Σωστό – Λάθος

Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης, με γραφική παράσταση που παρουσιάζεται στο σχήμα είναι



<u>Απάντηση:</u>

$[0, 7)$

5.51 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ09_Προβλήματα μεγίστων και ελαχίστων_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 9
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ9_Προβλήματα μεγίστων και ελαχίστων_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, όγκο, κουτί, μήκος, σκάλα, άτομα, κόστος, μέγιστη τιμή, f (x), μέγιστο, ελάχιστο.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	εφαρμόζουν τα κριτήρια ακρότατων στην επίλυση προβλημάτων.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Εκατό άτομα έχουν δηλώσει συμμετοχή σε ένα σεμινάριο και το κόστος συμμετοχής σε αυτό είναι 200 ευρώ το άτομο. Για κάθε επιπλέον άτομο που θα δηλώνει συμμετοχή, το κόστος συμμετοχής θα μειώνεται κατά ένα ευρώ.

Με ποιο τρόπο μπορούν να υπολογιστούν τα έσοδα (Ε) από το σεμινάριο, αν δηλώσουν συμμετοχή x επιπλέον άτομα (άνω των 100);

Απάντηση:

$E = (100 + x)(200 - x)$

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν παραγωγίσουμε τα έσοδα (Ε) ως προς x, τότε $E' = 0\, \gamma\iota\alpha\, E''(50) < 0$, με $E = (100 + x200 - x$. Επομένως, χρειάζεται να δηλώσουν συμμετοχή

Απάντηση:

150 άτομα, για να έχουμε τα περισσότερα δυνατά έσοδα.

Η απάντηση είναι ορθή αλλά θα μπορούσε να λυθεί με άλλο τρόπο διότι η ποσότητα είναι διακριτή και όχι συνεχής.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Έστω $\boldsymbol{f}(x) = x^2(3 - x)$, όπου η f μετρά την αντίδραση του οργανισμού σε ποσότητα x μιας ουσίας (αύξηση πίεσης, πτώση θερμοκρασίας, κτλ). Για ποια τιμή του x, η αντίδραση έχει τη μέγιστη τιμή;

Απάντηση:

$x = 2$

5.52 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ10_Ορισμός ολοκληρώματος, ιδιότητες και βασικά ολοκληρώματα_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 10
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ10_Ορισμός αορίστου ολοκληρώματος, ιδιότητες και βασικά ολοκληρώματα_2.0
Έκδοση	2.0

Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, αόριστο ολοκλήρωμα, σταθερά c, ιδιότητες, διαφορικού, ορισμός, ορισμός αόριστου ολοκληρώματος, γραφικές παραστάσεις, αντιπαράγωγο, υπολογισμός της τυχαίας σταθεράς c, εξίσωση, ταχύτητα, απόσταση, χρόνο, ιδιότητες αόριστου ολοκληρώματος, γενικό κανόνα, πίνακα, δραστηριότητες αξιολόγησης, ίδιας συνάρτησης, αντιπαράγωγο, κενά, αποτέλεσμα, ορισμός ολοκληρώματος, ιδιότητες και βασικά ολοκληρώματα, ολοκλήρωμα, βασικά ολοκληρώματα, συνάρτηση, διαφορικού.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν το αόριστο ολοκλήρωμα ως την αντιπαράγωγο (ή παράγουσα) μιας συνάρτησης.
ΔΣ2	$\int f(x)dx = F(x) + c \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$, $c \in R$
ΔΣ3	Αναφέρουν τα βασικά ολοκληρώματα.
ΔΣ4	Προσδιορίζουν τη σταθερά c, όταν δίνεται η κατάλληλη συνθήκη.
ΔΣ5	Να αναφέρουν και να εφαρμόζουν τις ιδιότητες του διαφορικού στα ολοκληρώματα.
ΔΣ6	Αναφέρουν και εφαρμόζουν τις ιδιότητες του αόριστου ολοκληρώματος

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε μια συνάρτηση της πρώτης στήλης με μια συνάρτηση της δεύτερης στήλης έτσι ώστε οι δύο παραστάσεις να είναι ολοκλήρωμα της ίδιας συνάρτησης.

Απάντηση:

Α. x^2+1 **- 3.** $\boldsymbol{x^2-\pi}$

Β. $2x-3$ **- 2.** $\boldsymbol{5+2x}$

Γ. x^3 **- 5.** $\boldsymbol{25+x3}$

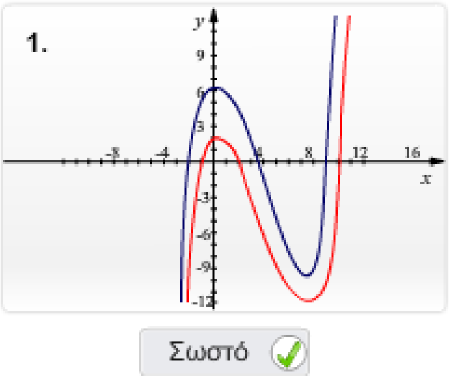
Δ. x^2+2x **- 1.** $\boldsymbol{2x+x^2+1}$

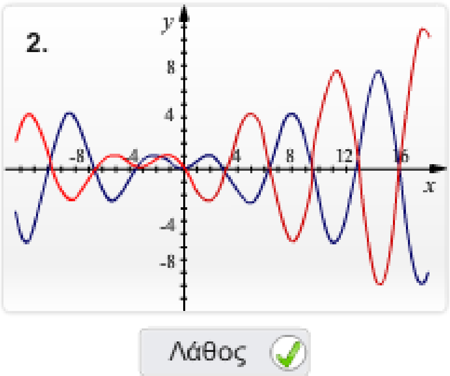
Ε. $-x^2+7$ **- 4.** $\boldsymbol{1-x^2}$

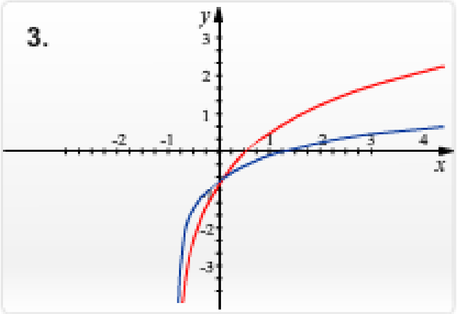
4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Οι γραφικές παραστάσεις παριστάνουν αντιπαράγωγο της ίδιας συνάρτησης;

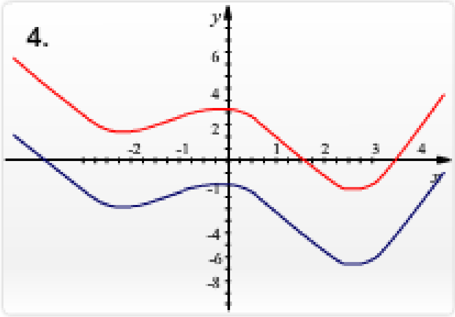
Απάντηση:







Λάθος



Σωστό

<u>4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Συμπλήρωση κενών πεδίων</u>

Να συμπληρώσετε τα κενά:

<u>Απάντηση:</u>

$$\int [x(x^2-1)]dx = \frac{1}{4}x^4 + 0x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 0\,x + c$$

$$\int [(x^3-x)(x-1)]dx = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 0x + c$$

$$\int [x^5(x^2-1)(x+1)]dx = \frac{1}{9}x^9 - \frac{1}{8}x^8 - \frac{1}{7}x^7 - \frac{1}{6}x^6 + 0x^5 + c$$

5.53 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ11_Υπολογισμός αόριστου ολοκληρώματος με αντικατάσταση_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 11
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ11_Υπολογισμός αόριστου ολοκληρώματος με την μέθοδο της αντικατάστασης_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, αλγεβρική, θέτουμε, τριγωνομετρική, τυπολόγιο, t, ολοκλήρωμα, αντικατάσταση.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Υπολογίζουν ολοκληρώματα με αλγεβρική και τριγωνομετρική αντικατάσταση.
ΔΣ2	Υπολογίζουν τριγωνομετρικά ολοκληρώματα.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Συμπλήρωση κενών πεδίων

Να χρησιμοποιήσετε την αντικατάσταση t=2+x^3 και να λύσετε το ολοκλήρωμα. $\int \frac{3x^2}{(x^3+2)\,dx}$

Απάντηση:

Αντικατάσταση: $t = 2 + x^3$

$$dt = \boxed{3}\,x^{\boxed{2}}\,dx$$

$$\int \frac{3x^2}{x^3+2}\,dx = \int \frac{\boxed{1}}{t}\,dt =$$

$$= \boxed{1}\ln\left|\boxed{1}\,t\right| + c =$$

$$= \ln\left|\boxed{2} + x^{\boxed{3}}\right| + c$$

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Συμπλήρωση κενών πεδίων

Να χρησιμοποιήσετε την αντικατάσταση t = (x^2 + 1) και να λύσετε το ολοκλήρωμα. $\int (x^2+1)^5 x\,dx$

Απάντηση:

Αντικατάσταση: $t = x^2 + 1$

$dt = \boxed{2}\, x\, dx$

$\int \left(x^2+1\right)^5 x\, dx =$

$= \dfrac{1}{\boxed{2}} \int \left(x^2+1\right)^5 \boxed{2}\, x\, dx =$

$= \dfrac{1}{\boxed{2}} \int t^{\boxed{5}} dt =$

$= \dfrac{\boxed{1}}{\boxed{12}} t^{\boxed{6}} + c =$

$= \dfrac{\boxed{1}}{\boxed{12}} \left(x^2+1\right)^{\boxed{6}} + c$

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Συμπλήρωση κενών πεδίων

Να χρησιμοποιήσετε την αντικατάσταση t = x^2 και να λύσετε το ολοκλήρωμα. $\int x\, e^{x^2 dx}$.

Απάντηση:

Αντικατάσταση: $t = x^2$

$dt = \boxed{2}\, x\, dx$

$\int x\, e^{x^2} dx = \dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}} \int \boxed{2}\, x\, e^{x^2} dx =$

$= \dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}} \int \boxed{e}^{\,t} dt =$

$= \dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}} \boxed{e}^{\,t} + c =$

$= \dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}} \boxed{e}^{\,x^2} + c$

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια από τις πιο κάτω ισοδυναμίες είναι ορθή, αν για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος $\int ημ^3 x συν^2 x dx$ χρησιμοποιήσουμε την αντικατάσταση συν$x = t$;

Απάντηση:

$\int ημ^3 x\, συν^2 x\, dx = \int (t^2 - 1) t^2\, dt$

5.54 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ12_Υπολογισμός αόριστου ολοκληρώματος κατά παράγοντες_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 12
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ12_ Υπολογισμός αόριστου ολοκληρώματος με την μέθδοδ της παραγοντικής ολοκλήρωσης κατά παράγοντες_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, υπολογισμός, du dv, μέθοδος, αντικατάσταση, σωστή, λύση, ολοκλήρωμα, παράγοντες.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Χρησιμοποιούν τη μέθοδο της παραγοντικής ολοκλήρωσης στον υπολογισμό ολοκληρωμάτων

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2

2.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω & Συμπλήρωση κενών πεδίων

Να επιλέξετε την κατάλληλη μέθοδο για την επίλυση των αόριστων ολοκληρωμάτων: στη συνέχεια να επιλύσετε τα ολοκληρώματα με αυτή τη μέθοδο:

Απάντηση:

Ολοκλήρωμα:	Μέθοδος:	Λύση:
$\int x\left(1+x^2\right)^4 dx$	Ολοκλήρωση με αντικατάσταση: $\int f(g(x))g'(x)\,dx = F(g(x))+c$	$\frac{1}{10}\left(1+x^{2}\right)^{5}+c$
$\int x\,ημ(2x)\,dx$	Ολοκλήρωση κατά παράγοντες: $\int u'(x)v(x)\,dx = u(x)v(x) - \int u(x)v'(x)$	$-\frac{1}{2}x\,συν(2x)+\frac{1}{4}ημ(2x)+c$
$\int (x+2)e^x dx$	Ολοκλήρωση κατά παράγοντες: $\int u'(x)v(x)\,dx = u(x)v(x) - \int u(x)v'(x)$	xe^x+1e^x+c
$\int ημ^3 x\,συνx\,dx$	Ολοκλήρωση με αντικατάσταση: $\int f(g(x))g'(x)\,dx = F(g(x))+c$	$\frac{ημ^{4}x}{4}+c$

2.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να επιλέξετε τη σωστή λύση.

Απάντηση:

$$\int xe^x dx = (x-1)e^x + c$$

2.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να επιλέξετε τη σωστή λύση.

Απάντηση:

$$\int xημx\,dx = -xσυνx + ημx + c$$

5.55 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ13_Ορισμός και υπολογισμός ορισμένου ολοκληρώματος_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ’ Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 13
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ13_Ορισμός και υπολογισμός ορισμένου ολοκληρώματος_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, ορισμός, εμβαδόν, σχέση, αόριστο, ιδιότητες, συνάρτηση, σκιασμένο χώρο, ιδιότητα, αν, τότε, ορισμένο, ολοκλήρωμα.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές θα πρέπει:	
ΔΣ1	Ορίζουν το ορισμένο ολοκλήρωμα ως όριο αθροίσματος: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \lim_{\nu \to \infty} \sum_{\kappa=1}^{\nu} f(x_k).\Delta x$
ΔΣ2	Αναφέρουν το θεμελιώδες θεώρημα του ολοκληρωτικού λογισμού $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = F(\beta) - F(\alpha)$ όπου F(x)= $\int f(x)dx$ και να εφαρμόζουν στην εύρεση ορισμένων ολοκληρωμάτων.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2

2.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Έστω $F(x)$ το αόριστο ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης f ορισμένης και συνεχούς σε ένα διάστημα [α,β], $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$.

Απάντηση:

$F(\beta) - F(\alpha)$

2.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια από τις πιο κάτω απαντήσεις ΔΕΝ δίνει το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου στο διπλανό σχήμα για $f(x) = 3x$, αν η F είναι μια παράγουσα της $f(x)$;

Απάντηση:

$f(3) - f(1)$

2.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν f μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα *Δ* και *α, β, γ* ανήκουν στο *Δ*, τότε, η ιδιότητα $\int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x)dx$ ισχύει μόνο όταν:

Απάντηση:

Για κάθε τιμή των α, β, και γ.

2.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν $\int_{\alpha}^{\beta} f'(x)dx = 0$ και $\alpha \neq \beta$ τότε,

Απάντηση:

$f(\alpha) = f(\beta)$

5.56 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ14_Εφαρμογές του ορισμένου ολοκληρώματος για τον υπολογισμό του εμβαδού και όγκου_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 14
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ14_Εφαρμογές του ορισμένου ολοκληρώματος για τον υπολογισμό του εμβαδού και όγκου_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, εμβαδόν κύκλου, εμβαδόν, κύκλος, εξίσωση, γραφική παράσταση, εμβαδόν έλλειψης, έλλειψη, εφαρμογές ορισμένου ολοκληρώματος, ορισμένο ολοκλήρωμα, εξίσωση, εμβαδόν μεταξύ των γραφικών παραστάσεων δύο συναρτήσεων, μεταξύ, όγκος στερεού εκ περιστροφής (I), όγκος, περιστροφή, ορθογώνιο, τρίγωνο, κύλινδρος, κώνος, όγκος στερεού εκ περιστροφής (II), όγκος στερεού εκ περιστροφής (III), στερεό, Δραστηριότητα αξιολόγησης, σκιασμένη επιφάνεια, συνάρτηση, εφαρμογές του ορισμένου ολοκληρώματος για τον υπολογισμό του εμβαδού και όγκου.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές θα πρέπει:	
ΔΣ1	Εφαρμόζουν το ορισμένο ολοκλήρωμα για να υπολογίζουν: (α) Εμβαδόν χωρίου που περικλείεται από μια καμπύλη, τον άξονα των x (ή των ψ) και τις ευθείες x=α και x=β (ή ψ=α και ψ=β) (β) Εμβαδόν χωρίου που περικλείεται μεταξύ των καμπύλων

	ψ=f1(x) και ψ= f2(x) και των ευθειών x=α και x=β (ή των καμπύλων x=f1(ψ) και x= f2(ψ) και των ευθειών ψ=α και ψ=β). (γ) Όγκο στερεών εκ περιστροφής γύρω από έναν από τους άξονες, όταν η καμπύλη δίνεται με καρτεσιανή εξίσωση.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

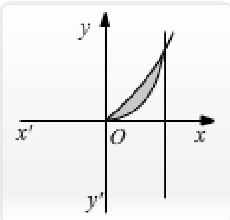
ΕΝΟΤΗΤΑ 2

2.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Η σκιασμένη επιφάνεια στο σχήμα περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^3$ και $g(x) = x^2$ για $x > 0$. Το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας είναι ίσο με:

Απάντηση:

- $E = \int_0^1 x^3 - x^2\,dx$
- ✓ $E = \int_0^1 x^2 - x^3\,dx$
- $E = \int_0^1 x^3 + x^2\,dx$
- $E = 3\int_0^1 x^3\,dx$
- $E = 2\int_0^1 x^2\,dx$

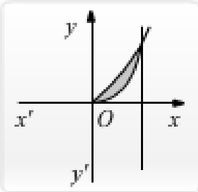


2.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Η σκιασμένη επιφάνεια στο σχήμα περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^3$ και $g(x) = x^2$ για $x > 0$. Ο όγκος του στερεού που παράγεται, όταν η σκιασμένη επιφάνεια περιστραφεί πλήρως γύρω από των άξονα των x είναι ίσος με:

Απάντηση:

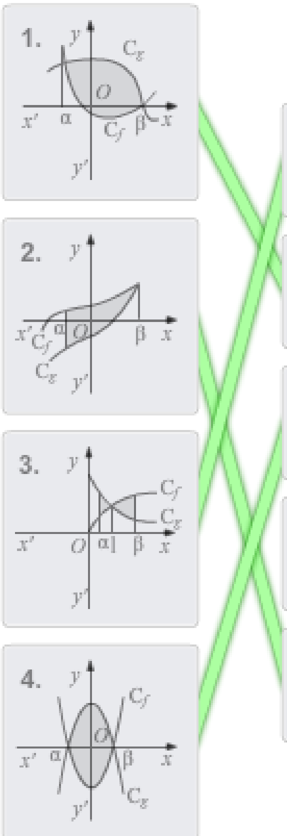
- $V=\pi\int_0^1 x^6\,dx-\pi\int_0^1 x^4\,dx$
- ✓ $V=\pi\int_0^1 x^4\,dx-\pi\int_0^1 x^6\,dx$
- $V=\pi\int_0^1 x^2\,dx-\pi\int_0^1 x^3\,dx$



2.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας που φαίνεται στη στήλη Α του πίνακα, με τον τύπο που υπολογίζεται στη στήλη Β.

Απάντηση:



Α. $E=\int_\alpha^1\big(g(x)-f(x)\big)dx+\int_1^\beta\big(f(x)-g(x)\big)dx$

Β. $E=\int_\alpha^\beta g(x)dx+\int_\alpha^\beta f(x)dx$

Γ. $E=-2\int_\alpha^\beta f(x)dx$

Δ. $E=\int_\alpha^1\big(f(x)-g(x)\big)dx+\int_1^\beta\big(f(x)-g(x)\big)dx$

Ε. $E=\int_\alpha^\beta\big(f(x)-g(x)\big)dx$

5.57 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ15_Πιθανότητες_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 15
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ15_Πιθανότητες_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	εισαγωγή, πείραμα τύχης, τύχη, κέρμα, ρίψη, όψη, νόμισμα, δενδροδιάγραμμα, φύλο, πιθανότητα ενός ενδεχομένου κατά laplace, πιθανότητα, ενδεχομένο, χρώμα, παιδιά, φανέλα, ορισμοί ενδεχόμενα, ενδεχόμενο, διάγραμμα, βέννειο, βενν, σχήμα, πράξεις με ενδεχόμενα (I), πράξεις με ενδεχόμενα (II), πραγματοποίηση, αξιωματική θεμελίωση της θεωρίας πιθανοτήτων, θεμελίωση, αξιωματική, εφαρμογή, ιδιότητες των πιθανοτήτων, Δραστηριότητα αξιολόγησης, ρίψη, ζάρι, κουτί, μπάλες, μαθητής, ομάδα.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Αναφέρουν από τη θεωρία των συνόλων τις βασικές έννοιες, πράξεις και ιδιότητες.
ΔΣ2	Γνωρίζουν τι είναι το πείραμα τύχης και τα απλά ενδεχόμενά του.
ΔΣ3	Ορίζουν το δειγματικό χώρο ενός πειράματος τύχης.
ΔΣ4	Ορίζουν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου κατά Laplace και να εφαρμόζουν τον ορισμό στη λύση προβλημάτων.

ΔΣ5	Γνωρίζουν τους βασικούς ορισμούς και πράξεις μεταξύ των ενδοχομένων.
ΔΣ6	Γνωρίζουν την αξιωματική θεμελίωση της θεωρίας πιθανοτήτων (αξιώματα Kolmogorov).

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

Ενότητα 5

5.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Κατά τη ρίψη ενός ζαριού. Ποια είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου Α: «η ένδειξη του ζαριού είναι μεγαλύτερη του 2»;

Απάντηση:

$\frac{4}{6}$

5.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Μέσα σε ένα κουτί υπάρχουν 6 κόκκινες, 4 πράσινες και 5 μπλε μπάλες. Ποια είναι η πιθανότητα να επιλέξω τυχαία από το κουτί κόκκινη μπάλα;

Απάντηση:

$\frac{2}{5}$

5.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Μέσα σε ένα κουτί υπάρχουν 6 κόκκινες, 4 πράσινες και 5 μπλε μπάλες. Ποια είναι η πιθανότητα η μπάλα που θα επιλέξω τυχαία από το κουτί να μην είναι κόκκινη;

Απάντηση:

$\frac{3}{5}$

5.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η πιθανότητα να περιληφθεί ένας μαθητής στην ομάδα πετόσφαιρας είναι 1/6, στην ομάδα καλαθόσφαιρας $\frac{1}{3}$ και στις δύο $\frac{1}{18}$. Ποια είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου Α: «ο μαθητής να περιληφθεί τουλάχιστο στη μια από τις ομάδες»;

Απάντηση:

$\frac{4}{9}$

5.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η πιθανότητα να περιληφθεί ένας μαθητής στην ομάδα πετόσφαιρας είναι 1/6, στην ομάδα καλαθόσφαιρας 1/3 και στις δύο 1/8. Ποια είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου Β: «ο μαθητής να μην περιληφθεί σε κάποια από τις ομάδες»;

Απάντηση:

$\frac{5}{8}$

5.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω

Να μετακινήσετε τα πλαίσια με τις σχέσεις των δύο ενδεχομένων Α και Β, δίπλα από τις δηλώσεις που αντιστοιχούν.

Απάντηση:

Πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα A και B.	$A \cup B$
Πραγματοποιούνται και τα δύο ενδεχόμενα A και B.	$A \cap B$
Πραγματοποιείται μόνο το ενδεχόμενο A.	$A \cap B'$
Πραγματοποιείται μόνο το ενδεχόμενο B.	$A' \cap B$
Πραγματοποιείται μόνο ένα από τα A, B.	$(A \cap B') \cup (A' \cap B)$
Δεν πραγματοποιείται το ενδεχόμενο A.	A'
Δεν πραγματοποιείται κανένα από τα ενδεχόμενα A, B.	$(A \cup B)'$

5.58 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ16_Γεωμετρικοί τόποι_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 16
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ16_Γεωμετρικοί τόποι_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, απλοί γεωμετρικοί τόποι, γεωμετρικός, τόπος, σύνολο, σημεία, κοινή ιδιότητα, καρτεσιανή εξίσωση της καμπύλης Γ.Τ., καρτεσιανή, εξίσωση, καμπύλη, ευθεία, κύκλος, παραμετρικές εξισώσεις Γ.Τ., παραμετρική, Δραστηριότητα αξιολόγησης, γεωμετρικός, τόπος, επίπεδο, απόσταση, σημείο, άξονα, γραφική παράσταση, γεωμετρικοί τόποι, σημεία.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Αναφέρουν απλούς γεωμετρικούς τόπους από την Ευκλείδειο Γεωμετρία.
ΔΣ2	Εκφράζουν την ιδιότητα των σημείων των Γ.Τ υπό μορφή σχέσης μεταξύ των συντεταγμένων τυχόντος σημείου του Γ.Τ .
ΔΣ3	Βρίσκουν την καρτεσιανή εξίσωση της καμπύλης πάνω στην οποία βρίσκονται τα σημεία του Γ.Τ.
ΔΣ4	Βρίσκουν την καρτεσιανή εξίσωση του Γ.Τ αν οι συντεταγμένες του τυχόντος σημείου του Γ.Τ δίνονται στη μορφή $x=f(t)$, $y=g(t)$ ή $x=f(t, p)$, $y=g(t, p)$ με απαλοιφή των παραμέτρων.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

4.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ο Γ.Τ σημείου του επιπέδου ονομάζεται:

Απάντηση:

Ένα σύνολο από σημεία που ικανοποιούν ορισμένες συνθήκες.

4.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Ανοικτού τύπου

Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος σημείου του επιπέδου, το οποίο κινείται έτσι ώστε η απόστασή του από το σημείο $A(2, 1)$ να είναι διπλάσια από την απόστασή του από το σημείο $B\,(4, 3)$. Για να απαντήσετε στην ερώτηση χρησιμοποιήστε τον Συντάκτη Μαθηματικών. Ακολούθως, πληκτρολογήστε το ακριβές όνομα του αρχείου που δημιουργήσατε και πατήστε το κουμπί για να υποβάλετε την απάντησή σας.

Ενδεικτική Απάντηση:

Ο Γεωμετρικός τόπος είναι καμπύλη με εξίσωση: $3x^2 + 3y^2 - 28x - 22y + 95 = 0$

4.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ο γεωμετρικός τόπος σημείου του επιπέδου το οποίο κινείται έτσι ώστε να ισαπέχει από τις ευθείες $x = 1{,}5$ και $x = -1{,}5$ είναι:

Απάντηση:

Ο άξονας yy'.

4.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Ανοικτού τύπου

Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος σημείου του επιπέδου, το οποίο κινείται έτσι ώστε η απόστασή του από την αρχή των αξόνων να είναι 4 μονάδες.

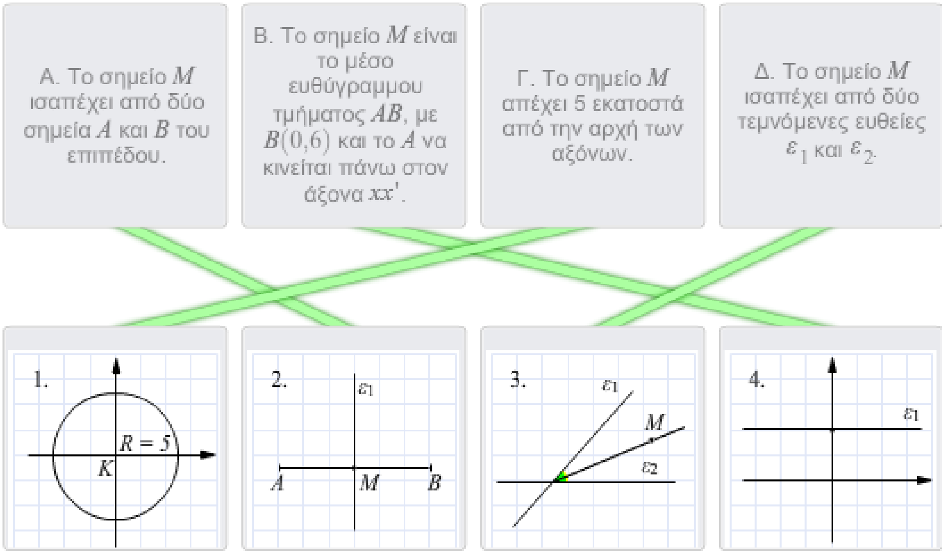
Ενδεικτική Απάντηση:

Ο Γεωμετρικός τόπος είναι κύκλος με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα 4 μονάδες.

4.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε τις δηλώσεις με τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις των Γ.Τ., επιλέγοντας τη δήλωση και σύροντας στη γραφική παράσταση. Μπορείτε να διαγράψετε μία αντιστοίχηση επιλέγοντας την.

Απάντηση:



5.59 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ17_Κωνικές Τομές_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 17
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ17_Κωνικές Τομές_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός, επίπεδα, αναγνώριση, ακτίνες φωτός, παραβολή, έλλειψη, άξονα συμμετρίας, γενέτειρα, επίπεδο, κωνική τομή, υπερβολή, εστία, κύκλος, παραβολή, κωνικές, τομές.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Αναγνωρίζουν τις γραφικές παραστάσεις της παραβολής, της έλλειψης και της υπερβολής (και του κύκλου ως ειδική περίπτωση έλλειψης).
ΔΣ2	Ορίζουν τις κωνικές τομές ως επίπεδες τομές ορθού κυκλικού κώνου και διακρίνουν τις προϋποθέσεις κάτω από τις οποίες μπορεί να προκύψει το κάθε είδος καμπύλης.
ΔΣ3	Αναφέρουν βασικές ιδιότητες της κάθε κωνικής τομής και τις πρακτικές εφαρμογές των ιδιοτήτων αυτών.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Όταν το επίπεδο είναι κάθετο στον άξονα συμμετρίας ενός κώνου, τότε δημιουργείται:

Απάντηση:

Κύκλος

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Όταν το επίπεδο τέμνει τον κώνο κάθετα με τη γενέτειρα του, τότε δημιουργείται:

Απάντηση:

Έλλειψη

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η κωνική τομή που δημιουργείται είναι υπερβολή, όταν:

Απάντηση:

Το επίπεδο τέμνει τον κώνο και είναι παράλληλο με το ύψος του κώνου.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Οι ανακλώμενες ακτίνες σε παραβολικό κάτοπτρο διέρχονται από την εστία, όταν:

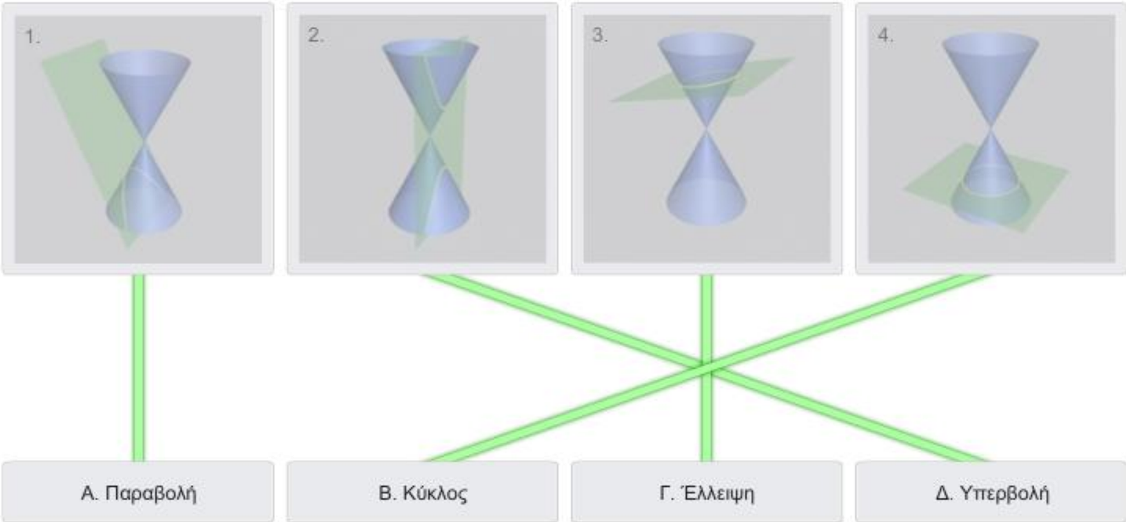
Απάντηση:

Οι προσπίπτουσες ακτίνες είναι παράλληλες στον άξονα της παραβολής.

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε τις κωνικές τομές με την κατάλληλη εικόνα που τις παρουσιάζει:

Απάντηση:



5.60 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ18_Εξίσωση κύκλου και εφαρμογές_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 18
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ18_Εξίσωση κύκλου και εφαρμογές_2.0
Έκδοση	2.0

Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός και εξίσωση κύκλου, κύκλο, εξίσωση, (x-α) ² + (y-β) ² = R ², ορισμός, κύκλου, γεωμετρικός τόπος, εξίσωση κύκλου της μορφής, χ ² + y ²+2gx+2fy+c=0, μορφή, μεταβάλλεται, κέντρο, πότε μια εξίσωση της μορφής παριστάνει κύκλο, $αχ^2+βy^2+γx+δy+ε=0$, παριστάνει κυκλο, γραφική παράσταση, θέσεις ευθείας ως προς τον κύκλο – σχέση ακτίνας και απόστασης της ευθείας από το κέντρο, θέση, σχέση, ακτίνα, απόσταση, κέντρο, θέσεις ευθείας ως προς ον κύκλο – τιμή της διακρίνουσας, τιμή, διακρίνουσα, δραστηριότητα αξιολόγησης, εξάπτεται, άξονα, εξίσωση κύκλου και εφαρμογές.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν τον κύκλο ως Γ.Τ. και βρίσκουν την εξίσωση του $(x-α)^2+(y-β)^2=R^2$, όταν δίνεται το κέντρο κ(α,β) και η ακτίνα R.
ΔΣ2	Αναφέρουν τη γενική εξίσωση του κύκλου $χ^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ και εκφράζουν το κέντρο και την ακτίνα σε συνάρτηση με τις σταθερές g, f και c {K(-g, -f) και R= $\sqrt{g^2+f^2-c}$ }.
ΔΣ3	Αναγνωρίζουν πότε μια εξίσωση της μορφής $αx^2+βy^2+γx+δy+ε=0$ παριστάνει κύκλο.
ΔΣ4	Εφαρμόζουν τα πιο πάνω στη λύση ασκήσεων.
ΔΣ5	Αναφέρουν τις δυνατές θέσεις μιας ευθείας ως προς τον κύκλο.
ΔΣ6	Βρίσκουν τη θέση μια ευθείας ως προς τον κύκλο.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Αν ο κύκλος $(x-3)^2 + (y-5)^2 = R^2$ εφάπτεται του άξονα $x'x$, η τιμή του $\boldsymbol{R}$ είναι:

Απάντηση:

$R = 5\,cm$

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Για τον κύκλο με εξίσωση $(x-\lambda)^2 + (y-\lambda)^2 = \lambda^2$ ισχύει ότι:

Απάντηση:

Εφάπτεται στους άξονες $x'x$ και $y'y$.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ο κύκλος $x^2 + y^2 = 8$ και η ευθεία $y = x$ έχουν:

Απάντηση:

Δύο κοινά σημεία.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ο κύκλος $(x-3)^2 + y^2 = (\lambda-4)^2$ τέμνει τον άξονα των y σε δύο σημεία, αν:

Απάντηση:

$\lambda < 1$ ή $\lambda > 7$

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Δίνονται η ευθεία $y = -5$ και οι κύκλοι $K_1: (x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$ και $K_2: (x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$. Η ευθεία:

Απάντηση:

Τέμνει τον K_2 Και δεν τέμνει τον K_1.

3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί (Σωστό) και ποιοι λανθασμένοι (Λάθος).

Απάντηση:

1. Ο κύκλος $x^2+y^2+2x-17=0$ τέμνει την ευθεία $y=x+1$. Σωστό ✓
2. Η ευθεία $x=4$ εφάπτεται του κύκλου με εξίσωση $(x-1)^2+(y-4)^2=25$. Λάθος ✓
3. Ο κύκλος $x^2+y^2-4x+3=0$ δεν τέμνει τον y-άξονα. Σωστό ✓
4. Μια ευθεία εφάπτεται σε έναν κύκλο, αν και μόνο αν η απόσταση του κέντρου από την ευθεία ισούται με την ακτίνα του κύκλου. Σωστό ✓
5. Αν μια ευθεία και ένας κύκλος έχουν δύο διαφορετικά κοινά σημεία, τότε λέμε ότι η ευθεία εφάπτεται με τον κύκλο. Λάθος ✓
6. Κάθε ευθεία κάθετη στο άκρο ακτίνας κύκλου είναι εφαπτομένη του. Σωστό ✓

3.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω

Αν d είναι η απόσταση του κέντρου Κ ενός κύκλου (K,R) από μία ευθεία ε, να επιλέξετε τι ισχύει για τις πιο κάτω δηλώσεις:

Απάντηση:

Η ευθεία και ο κύκλος έχουν μόνο ένα κοινό σημείο. $d=R$ ✓

Η ευθεία και ο κύκλος δεν έχουν κοινά σημεία. $d>R$ ✓

Η ευθεία και ο κύκλος έχουν ακριβώς δύο κοινά σημεία. $d<R$ ✓

3.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω

Να επιλέξετε την κατάλληλη δήλωση που αφορά τη θέση ευθείας ως προς τον κύκλο, με βάση τις πιο κάτω προτάσεις.

Απάντηση:

Ο κύκλος $x^2+(y-1)^2=4$ και η ευθεία $y=3$ εφάπτονται ✓.

Ο κύκλος $x^2+y^2+6x-4y+4=0$ και η ευθεία $y=-2x+5$ δεν τέμνονται ✓.

Ο κύκλος $x^2+y^2=8$ και η ευθεία $y=x$ τέμνονται σε δύο σημεία ✓.

3.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Ποιες από τις πιο κάτω εξισώσεις αποτελούν κύκλο; Να επιλέξετε Σωστό, αν αποτελούν κύκλο και Λάθος, αν όχι.

Απάντηση:

1. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 8 = 0$ Σωστό ✓
2. $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 25 = 0$ Λάθος ✓
3. $x^2 + y^2 - y = 8$ Σωστό ✓
4. $3x^2 + 3y^2 - 12x - 6y - 1 = 0$ Σωστό ✓
5. $3x^2 + 3y^2 - x - 6xy - 1 = 0$ Λάθος ✓
6. $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13 = 0$ Λάθος ✓

5.61 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ19_Παραμετρικές εξισώσεις κύκλου, εξίσωση εφαπτομένης και κάθετης του και εφαρμογές τους_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 19
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ19_Παραμετρικές εξισώσεις κύκλου, εξίσωση εφαπτομένης και κάθετης του και εφαρμογές τους_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, εξίσωση της εφαπτομένης και της καθέτου κύκλου σε σημείο του Τ(x_1, y_1), κύκλος, εφαπτομένη, κάθετη, εξίσωση, κέντρο, ακτίνα, σημείο, εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου, όταν είναι γνωστή η κλίση τους, κλίση, εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου όταν άγονται από σημείο εκτός του κύκλου, θέσεις δύο κύκλων – σχέση ακτίνων και διακέντρου των κύκλων, κύκλοι, θέσεις, τέμνονται, εφάπτονται, ταυτίζονται, ξένοι, δύναμη σημείο ως προς κύκλο – θέσεις

	σημείου ως προς κύκλο, δύναμη, παραμετρικές εξισώσεις κύκλου, παραμετρικές, εξισώσεις, δραστηριότητα αξιολόγησης, απόσταση, καρτεσιανή, εξίσωση εφαπτομένης και κάθετης του και εφαρμογές τους.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές θα πρέπει:	
ΔΣ1	Βρίσκουν την εξίσωση της εφαπτομένης και της καθέτου κύκλου σε σημείου του $T(x_1, y_1)$.
ΔΣ2	Βρίσκουν τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου α) όταν είναι γνωστή η κλίση τους και β) όταν άγονται από σημείο εκτός του κύκλου.
ΔΣ3	Αναφέρουν τις δυνατές θέσεις δύο κύκλων.
ΔΣ4	Βρίσκουν τη θέση δύο δεδομένων κύκλων.
ΔΣ5	Ορίζουν, συμβολίζουν και υπολογίζουν τη δύναμη σημείου Τ ως προς κύκλο (Κ,R)
ΔΣ6	Βρίσκουν τη θέση σημείου Τ ως προς κύκλο (Κ, R) με τη βοήθεια της Δύναμης Δκ(Τ) και εφαρμόζουν στη γραφική λύση ασκήσεων.
ΔΣ7	Αναφέρουν τις παραμετρικές εξισώσεις του κύκλου με κέντρο Κ (α, β) και ακτίνα R και να τις εφαρμόζουν στη λύση ασκήσεων.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5

5.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Από ένα σημείο που βρίσκεται έξω από τον κύκλο κατασκευάζονται:

Απάντηση:

2 εφαπτομένες

5.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Οι εφαπτομένες του κύκλου $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ οι οποίες είναι παράλληλες με την ευθεία $x = 1$ είναι:

Απάντηση:

$x = 4$ και $x = -2$

5.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Η κάθετη σε ένα σημείο $A(x_1, y_1)$ του κύκλου $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ έχει κλίση:

Απάντηση:

$$\lambda_\kappa = \frac{y_1 + f}{x_1 + g}$$

5.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Η απόσταση μεταξύ των δύο κέντρων είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των δύο ακτίνων δύο κύκλων. Αυτό σημαίνει ότι:

Απάντηση:

Οι κύκλοι δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

5.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Οι εξισώσεις $x = 3\,\sigma\upsilon\nu\,\theta$ και $y = 3\,\eta\mu\,\theta$ είναι οι παραμετρικές εξισώσεις του κύκλου με καρτεσιανή εξίσωση:

Απάντηση:

$x^2 + y^2 - 9 = 0$

5.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Η δύναμη του σημείου $A(2\,συν\,\theta\,, 2\,ημ\,\theta)$ ως προς τον κύκλο $K:\; x^2 + y^2 = 4$ είναι:

Απάντηση:

$\Delta_{\kappa}(A) = 0$

5.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Να απαντήσετε σωστό ή λάθος.

Απάντηση:

1. Οι εφαπτομένες που άγονται από ένα σημείο εκτός του κύκλου προς τον κύκλο έχουν κλίση που ισούται με την τιμή της παραγώγου του κύκλου στο σημείο αυτό. Λάθος
2. Υπάρχουν δύο διαφορετικές εφαπτομένες ενός κύκλου που είναι παράλληλες με μία δοσμένη ευθεία η οποία τέμνει τον κύκλο. Σωστό
3. Αν μία ευθεία είναι εφαπτομένη σε ένα κύκλο, υπάρχει μόνο μία ευθεία παράλληλη και διαφορετική από την αρχική που να είναι εφαπτομένη του κύκλου. Σωστό
4. Δύο κύκλοι δεν έχουν κανένα κοινό σημείο. Αυτό σημαίνει ότι οι κύκλοι δεν τέμνονται και ο ένας βρίσκεται έξω από τον άλλο. Λάθος

5.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Να απαντήσετε σωστό ή λάθος.

Απάντηση:

1. Το σημείο $(-2,\ 3)$ ανήκει στον κύκλο $(x^2+2)+(y^2-3)=1$. Λάθος
2. Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι. Σημείο T κινείται στον εξωτερικό κύκλο. Η δύναμη του σημείου T ως προς τον εσωτερικό κύκλο είναι σταθερή. Σωστό
3. Οι εξισώσεις $x = 3\,συν\,\varphi$ και $y = 3\,ημ\,\varphi$, $\varphi \in [0, 2\pi)$ λέγονται παραμετρικές εξισώσεις του κύκλου $x^2+y^2=16$. Λάθος

5.62 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ20_Εξίσωση παραβολής και εφαρμογές της_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 20
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ20_Εξίσωση παραβολής και εφαρμογές της_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός της παραβολής, ορισμός, εστία, παράμετρο, α, εξίσωση παραβολής, παραβολή, εξίσωση, διευθετούσα, κατασκευή παραβολής I, κατασκευή, γνώμονα, ίσα, κατασκευή παραβολής II, κατασκευή, γραφική παράσταση, συμμετρική, τιμές, γεωμετρική σημασία της παραμέτρου α στην $y^2=4αx$, σημασία, στοιχεία παραβολής I, στοιχεία, άξονας,κορυφή, χορδή, στοιχεία παραβολής II, εφαρμογές, στοιχεία παραβολής III, άξονας συμμετρίας, $x^2=4αy$, Δραστηριότητα αξιολόγησης, παράμετρος, ευθεία, άξονα, μορφή.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν την παραβολή ως το γεωμετρικό τόπο των σημείων του επιπέδου τα οποία απέχουν εξίσου από δοθέν σημείο (εστία) και δοθείσα ευθεία (διευθετούσα).
ΔΣ2	Βρίσκουν, με βάση τον ορισμό της παραβολής, την καρτεσιανή της εξίσωση.
ΔΣ3	Ορίζουν τη γεωμετρική σημασία της παραμέτρου α στην εξίσωση $y^2=4αx$ της παραβολής.
ΔΣ4	Παριστάνουν γραφικά τις παραβολές $y^2=4αx$ και $x^2=4αy$.
ΔΣ5	Ορίζουν και βρίσκουν σε δοθείσα παραβολή, τα στοιχεία της: εστία,

	διευθετούσα, κορυφή, άξονα συμμετρίας, διάμετρο, χορδή, ορθό πλάτος (latus rectum).

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5

5.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιες από τις προτάσεις που σας δίνονται είναι ορθές και ποιες λανθασμένες;

Απάντηση:

1. Ο άξονας $x'x$ είναι άξονας συμμετρίας της παραβολής $x^2 = 8y$. Λάθος
2. Η ευθεία με εξίσωση $y = 3$ είναι παράλληλη στη διευθετούσα της παραβολής $y^2 = 16x$. Λάθος
3. Μια παραβολή με κορυφή $O(0, 0)$ και διευθετούσα την $y = -\alpha$, έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα $y'y$. Σωστό
4. Η διευθετούσα της $x^2 = 4y$ είναι η ευθεία $y = -1$. Σωστό
5. Η εστία της παραβολής $x^2 = y$ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = x$. Λάθος

5.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια η τιμή της παραμέτρου α της παραβολής $x^2 = 4y$, όταν η γενική μορφή είναι $x^2 = 4\alpha y$;

Απάντηση:

1

5.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η εξίσωση της διευθετούσας της παραβολής $y^2 = 5x$;

Απάντηση:

$$x = -\frac{5}{4}$$

5.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η εστία της παραβολής $y^2 = 18x$;

Απάντηση:

$E\left(\frac{9}{2}, 0\right)$

5.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η εξίσωση της παραβολής με εστία $E(0, 4)$ και κορυφή το $O(0, 0)$;

Απάντηση:

$x^2 = 16y$

5.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Το σημείο $A(\kappa, 4)$ ανήκει στην παραβολή $y^2 = 8x$. Ποιο είναι το συμμετρικό σημείο A' του A ως προς τον άξονα των x;

Απάντηση:

(2, -4)

5.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η εξίσωση της παραβολής η οποία έχει κορυφή $O(0, 0)$ και διευθετούσα την $x = \frac{1}{2}$;

Απάντηση:

$y^2 = -2x$

5.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η εξίσωση $y = \beta x^2, \beta \neq 0$ πάντοτε παριστάνει παραβολή :

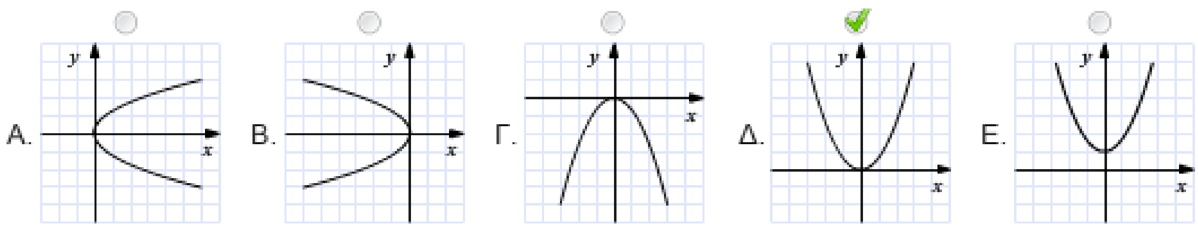
Απάντηση:

Με άξονα συμμετρίας τον $y'y$.

5.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η μορφή της γραφικής παράστασης της παραβολής $x^2 = y$;

Απάντηση:



5.10. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε κάθε παραβολή της πρώτης γραμμής με την εστία που βρίσκεται στη δεύτερη γραμμή.

Απάντηση:

1. $y^2 = \beta x$ - $E\left(\frac{\beta}{4}, 0\right)$
2. $x^2 = \beta y$ - $E\left(0, \frac{\beta}{4}\right)$
3. $y^2 = -2\beta x$ - $E\left(-\frac{\beta}{2}, 0\right)$
4. $y^2 = \frac{\beta}{2} x$ - $E\left(\frac{\beta}{8}, 0\right)$

5.11. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε κάθε παραβολή της πρώτης γραμμής με την εξίσωση της διευθετούσας που βρίσκεται στη δεύτερη γραμμή.

Απάντηση: (Σημείωση: Στη μονάδα η άσκηση είναι λάθος)

1. $x^2 = -6y$ - $x + 2 = 0$
2. $y^2 = 8x$ - $y - 3 = 0$
3. $x^2 = 16y$ - $x - 6 = 0$
4. $y^2 = -24x$ - $y + 4 = 0$

5.63 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ21_Παραβολή – εφαπτομένη και κάθετη_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 21
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ21_Παραβολή – εφαπτομένη και κάθετη_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, δυνατές θέσεις ευθείας ως προς παραβολή, παραβολή, ευθεία, σημεία, διακρίνουσα, τέμνει, εφάπτεται, εξίσωση εφαπτομένης και κάθετης παραβολής, εφαπτομένη, κάθετη, εξίσωση, παράγωγος, κλίση, παραμετρικές εξισώσεις παραβολής, παραμετρικές εξισώσεις, $x=αt^2$, $y=2αt$, αξιολογητικές δραστηριότητες, κοινά σημεία, τέμνονται, σημείο, άξονα συμμετρίας, καμπύλη, συντελεστής διεύθυνσης, ίδιες, γραφικές παραστάσεις, παραβολή – εφαπτομένη και κάθετη, C21, $y^2=4αx$, $x^2=4αy$.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές θα πρέπει:	
ΔΣ1	Βρίσκουν την εξίσωση της εφαπτομένης και της καθέτου σε σημείο $Τ(x_1,y_1)$ της παραβολής.
ΔΣ2	Βρίσκουν τις δυνατές θέσεις ευθείας ως προς παραβολή.
ΔΣ3	Αναφέρουν και χρησιμοποιούν τις παραμετρικές εξισώσεις της παραβολής.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

3.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Τα κοινά σημεία της παραβολής $y^2 = 8x$ και της ευθείας $x - y = 0$ είναι:

Απάντηση:

(0, 0) και (8, 8)

3.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η παραβολή $y^2 = -x$ και η ευθεία $3y - x - 5 = 0$

Απάντηση:

Τέμνονται σε δύο σημεία.

3.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η παραβολή $x^2 = 15y$ και η ευθεία $x = 5$:

Απάντηση:

Τέμνονται σε ένα σημείο.

3.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Οι παραμετρικές εξισώσεις $x = \alpha t , y = 2\alpha t$ παριστάνουν την παραβολή $y^2 = 4\alpha x$ όταν :

Απάντηση:

$t \in \mathbb{R}$

3.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η εφαπτομένη της παραβολής $y^2 = 2\beta x$ στο σημείο της $(x_1, y_1) \neq (0,0)$ έχει κλίση :

Απάντηση:

$\lambda = \dfrac{\beta}{y_1}$

3.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Οι εφαπτόμενες της παραβολής $y^2 = 4\alpha x$ στα σημεία της (x_1, y_1) και $(x_1, -y_1)$:

Απάντηση:

Τέμνονται σε σημείο του άξονα των x.

3.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $x^2 = 4\alpha y$ στο σημείο της $T(x_1, y_1)$ είναι $y_1 y = 2\alpha(x + x_1)$.

Απάντηση:

Όχι

3.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Μία ευθεία και μία παραβολή έχουν ένα μόνο κοινό σημείο. Η ευθεία αυτή είναι πάντοτε εφαπτομένη της παραβολής.

Απάντηση:

Όχι

3.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Μία παραβολή με άξονα συμμετρίας τον άξονα των y, έχει πάντα εφαπτομένη την $y = 0$.

Απάντηση:

Όχι

3.10. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Η εφαπτομένη στο σημείο $T(x_0, y_0)$ της παραβολής $y^2 = 4\alpha x$ έχει κλίση $\lambda = \frac{2\alpha}{y_0}$, $y_0 \neq 0$.

Απάντηση:

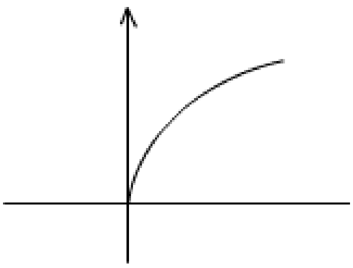
Ναι

3.11. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Οι παραμετρικές εξισώσεις $x = \alpha t^2$, $y = 2\alpha t$ όπου t >0 παριστάνουν καμπύλη της μορφής του σχήματος.

Απάντηση:

- ✔ Ναι
- Όχι



3.12. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της παραβολής στο σημείο της $T(\alpha t^2, 2\alpha t)$ είναι $\lambda = \frac{1}{t}$.

Απάντηση:

Ναι

3.13. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Οι παραβολές $y^2 = 4\alpha x$ και $x^2 = 4\alpha y$ έχουν τις ίδιες παραμετρικές εξισώσεις.

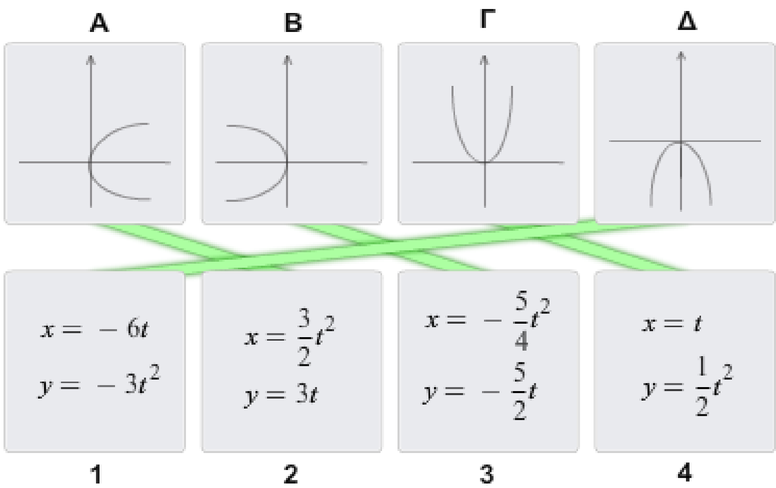
Απάντηση:

Όχι

3.14. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε τις γραφικές παραστάσεις με τις παραμετρικές εξισώσεις:

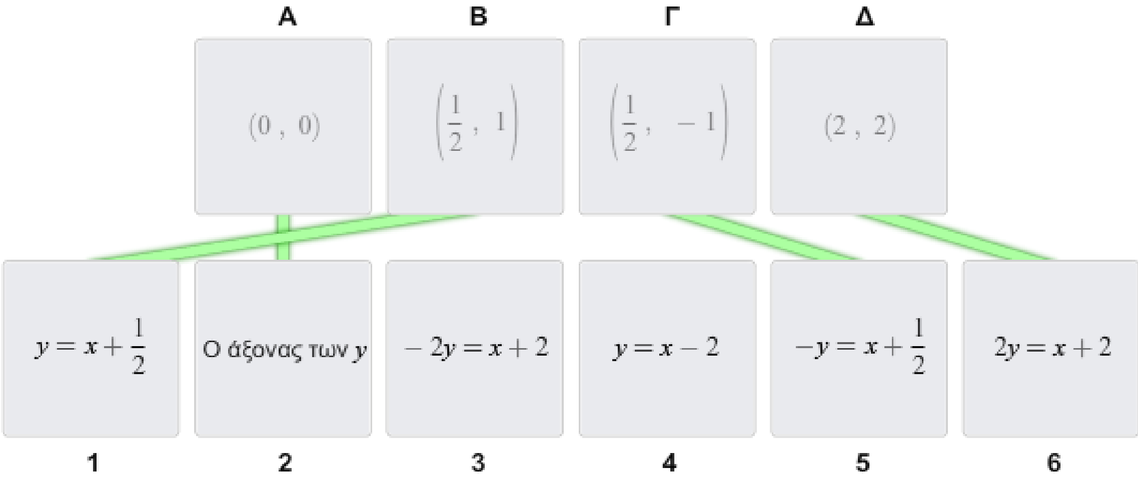
Απάντηση:



3.15. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε τα σημεία με τις εξισώσεις των εφαπτόμενων, για την παραβολή $y^2 = 2x$:

Απάντηση:



5.64 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ22_Έλλειψη_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 22
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ22_Έλλειψη_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός της έλλειψης, έλλειψης, ορισμός, εστίες, γραφική παράσταση, γεωμετρικός τόπος, άθροισμα αποστάσεων, εξίσωση έλλειψης, εξίσωση, κωνική τομή, κατασκευή έλλειψης I, κατασκευή, νήμα, μολύβι, κατασκευή έλλειψης II, διαβήτη, κατασκευή έλλειψης III, μονοτονία, συμμετρική, κοίλα, στοιχεία της έλλειψης, στοιχεία, κορυφές, κέντρο, μεγάλος άξονας, μικρός άξονας, εστιακή απόσταση, χορδή, διάμετρος, εύρεση στοιχείων της έλλειψης, συντεταγμένες, κορυφών, μήκος, εύρεση εκκεντρότητας έλλειψης, εύρεση, εκκεντρότητα, κύκλος, απόδειξη ΤΕ/ΤΔ, απόδειξη, διευθετούσα, απόσταση, άθροισμα, Δραστηριότητα αξιολόγησης, μικρού άξονα, σημεία, διέρχεται, άκρα χορδής, $x^2/ α^2+y^2 /β^2=1$.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	**Διδακτικοί Στόχοι**
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν την έλλειψη ως το γεωμετρικό τόπο των σημείων του επιπέδου των οποίων το άθροισμα των αποστάσεων από δύο δοθέντα σημεία του επιπέδου (εστίες) είναι σταθερό.
ΔΣ2	Βρίσκουν με βάση τον ορισμό της έλλειψης, την καρτεσιανή της εξίσωση.

ΔΣ3	Παριστάνουν γραφικά την έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2}+\frac{y^2}{\beta^2}=1$, α>β (αντίστοιχα α<β) και βρίσκουν τα στοιχεία της, εστίες, κορυφές, άξονες, κέντρο, χορδή, διάμετρο.
ΔΣ4	Υπολογίζουν την εκκεντρότητα της έλλειψης $\frac{x^2}{\alpha^2}+\frac{y^2}{\beta^2}=1$, από τις τιμές των παραμέτρων α και β και αναγνωρίζουν τη σημασία της εκκεντρότητας στον καθορισμό της μορφής της έλλειψης.
ΔΣ5	Αναφέρουν και αποδεικνύουν ότι ο λόγος των αποστάσεων του τυχαίου σημείου Τ (x,y) της έλλειψης από την εστία Ε (γ,0) και τη διευθετούσα ευθεία δ: $x=\frac{\alpha}{\varepsilon}$ (αντίστοιχα Ε' (-γ,0) και δ: $x=-\frac{\alpha}{\varepsilon}$) είναι σταθερός και ισούται με την εκκεντρότητα της έλλειψης.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 6

<u>6.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)</u>

Να δηλώσετε κατά πόσο οι προτάσεις που σας δίνονται είναι ορθές ή λανθασμένες.

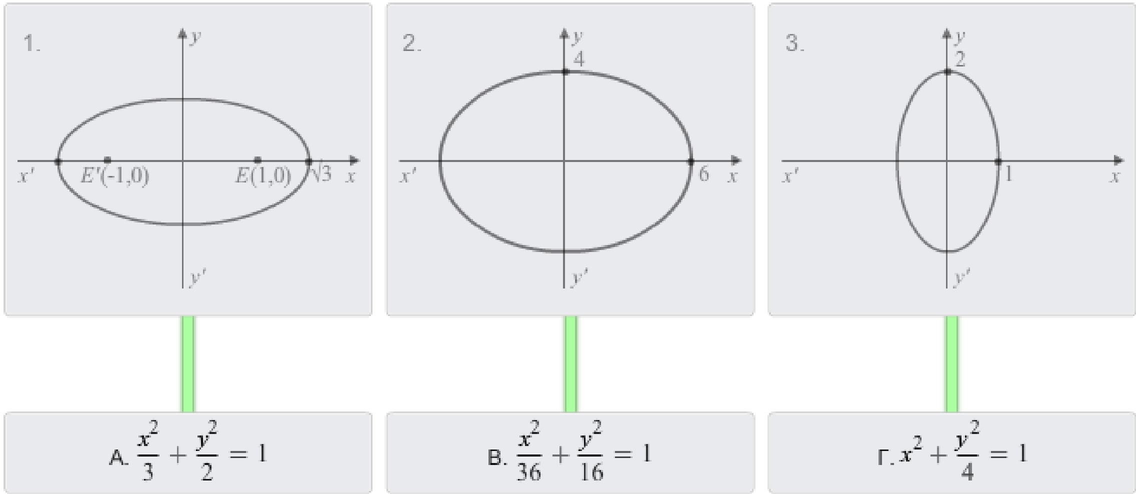
<u>Απάντηση:</u>

1. Η εξίσωση $\beta^2x^2+\alpha^2y^2=\alpha^2\beta^2$ με $\beta^2=\alpha^2-\gamma^2$ παριστάνει έλλειψη με εστίες $E'(-\gamma,0)$, $E(\gamma,0)$ και σταθερό άθροισμα 2α. Σωστό ✓
2. Η εξίσωση $\alpha^2x^2+\beta^2y^2=\alpha^2\beta^2$ με $\beta^2=\alpha^2-\gamma^2$ παριστάνει έλλειψη με εστίες $E'(0,-\gamma)$, $E(0,\gamma)$ και σταθερό άθροισμα 2α. Σωστό ✓
3. Η εκκεντρότητα μίας έλλειψης έχει αριθμητική τιμή $\varepsilon=1{,}2$. Λάθος ✓

<u>6.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση</u>

Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση της έλλειψης με τη γραφική της παράσταση.

Απάντηση:



6.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποιο ζεύγος σημείων αποτελούν τα άκρα μίας διαμέτρου της έλλειψης $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}= 1$;

Απάντηση:

$\left(2,\ 2\sqrt{5}\right),\ \left(-2,\ -2\sqrt{5}\right)$

6.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποιο είναι το μήκος του μικρού άξονα της έλλειψης $\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{36}= 1$;

Απάντηση:

12

6.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η εξίσωση της έλλειψης η οποία διέρχεται από τα σημεία $A(7,0)$, $A'(\text{-}7,0)$, $B(0,3)$ και $B'(0,\text{-}3)$;

Απάντηση:

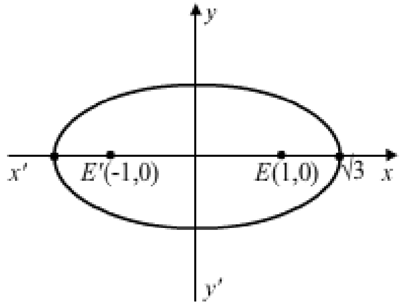
$$\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{9}= 1$$

6.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης η οποία αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση.

Απάντηση:

- $\frac{x^2}{\sqrt{3}} + \frac{y^2}{1} = 1$
- $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$
- ✔ $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$
- $x^2 + \frac{y^2}{\sqrt{3}} = 1$
- $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$



6.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποιο ζεύγος σημείων αποτελούν τα άκρα μίας χορδής της έλλειψης $x^2 + 16y^2 = 16$;

Απάντηση:

$\left(2, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \left(-2, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

6.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποιο είναι το μήκος του μεγάλου άξονα της έλλειψης $\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{64} = 1$;

Απάντηση:

16

6.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η εξίσωση της έλλειψης με εστίες $E(5, 0), E'(-5, 0)$ και $\beta = 5$;

Απάντηση:

$\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{25} = 1$

5.65 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ23_Έλλειψη - Εφαπτομένη_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 23
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ23_Έλλειψη - Εφαπτομένη_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, θέση σημείου ως προς έλλειψη, θέση, σημείο, έλλειψη, εντός, έξω, παραμετρικές εξισώσεις της έλλειψης, παραμετρικές, εξίσώσεις, ασυνθ, βημθ, παραμετρικές συντεταγμένες, τετμημένη, τεταγμένη, θέση ευθείας ως προς έλλειψη I, ευθεία, εφάπτεται, τέμνει, κοινό, θέση ευθείας ως προς έλλειψη II, διακρίνουσα, κοινό, εφαπτομένη και κάθετη της έλλειψης, εφαπτομένες, κάθετες, γραφική παράσταση, κλίση, εφαρμογή I, κύκλοι, ομόκεντροι, εφαρμογή II, γωνίες, διχοτομεί, εφαρμογή III, ίχνος, κύκλος, κ, έλλειψη – εφαπτομένη.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Βρίσκουν την εξίσωση της εφαπτομένης και της καθέτου σε σημείο $\mathrm{T}(x_1, y_1)$ της έλλειψης.
ΔΣ2	Βρίσκουν τη θέση σημείου $\mathrm{T}(x_1, y_1)$ ως προς έλλειψη.
ΔΣ3	Βρίσκουν τις δυνατές θέσεις ευθείας ως προς έλλειψη.
ΔΣ4	Αναφέρουν, δικαιολογούν και εφαρμόζουν τις παραμετρικές εξισώσεις της έλλειψης.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 6

6.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Ποιες από τις προτάσεις που σας δίνονται είναι ορθές και ποιες λανθασμένες;

Απάντηση:

1. Η ευθεία $x = -4$ είναι εφαπτομένη της έλλειψης $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Λάθος
2. Η έλλειψη $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ και η ευθεία $x = 4$ δεν έχουν κοινά σημεία. Σωστό
3. Η έλλειψη $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ και η ευθεία $y = 2$ έχουν δυο κοινά σημεία. Σωστό
4. Το σημείο $P(8,\ 2)$ βρίσκεται μέσα στην έλλειψη $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{10} = 1$. Λάθος
5. Το σημείο $A(9,\ 5)$ βρίσκεται έξω από την έλλειψη $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{9} = 1$. Σωστό

6.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η εξίσωση της έλλειψης η οποία διέρχεται από το σημείο Τ$(5\ \text{συν}\,\theta,\ \sqrt{3}\ \text{ημ}\,\theta)$;

Απάντηση:

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{3}=1$$

6.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η τιμή του κ ώστε η ευθεία y = 2 να είναι εφαπτομένη της έλλειψης $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{\kappa^2}=1,\ \kappa>0$;

Απάντηση:

$\kappa = 2$

6.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η τιμή του κ ώστε η ευθεία x = 5 να είναι εφαπτομένη της έλλειψης $\frac{x^2}{\kappa^2}+\frac{y^2}{4}=1, \kappa>0$;

Απάντηση:

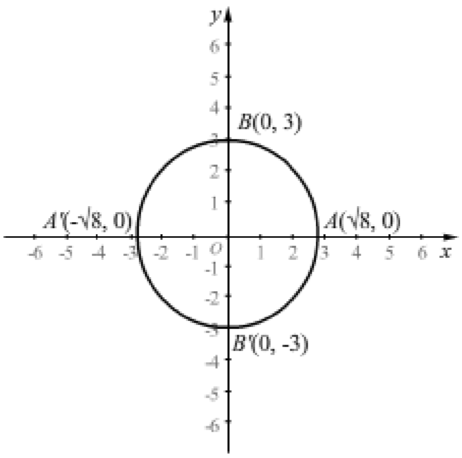
$\kappa = 5$

6.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης με βάση τη γραφική της παράσταση.

Απάντηση:

- $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{9}=1$
- $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{3}=1$
- $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$
- $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$
- $x^2+\frac{y^2}{9}=1$



6.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της έλλειψης $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ στο σημείο T, αν η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο T είναι $x = 2$.

Απάντηση:

$y = 0$

6.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της έλλειψης $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{15}= 1$ στο σημείο $(0,\sqrt{15})$.

Απάντηση:

$y = \sqrt{15}$

5.66 ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ24_Ισοσκελής Υπερβολή_2.0

Βασικές γενικές πληροφορίες

Μάθημα	Μαθηματικά
Τάξη	Γ' Λυκείου / Τεχνικής
Α/Α ΨΕΠ	ΨΕΠ 24
Τίτλος Μονάδας ΨΕΠ	ΛΤ_ΜΑΘ_Γ_ΨΕΠ24_Ισοσκελής Υπερβολή_2.0
Έκδοση	2.0
Λέξεις Κλειδιά	Εισαγωγή, ορισμός ισοσκελούς υπερβολής, ορισμός, καμπύλη, γραφική παράσταση, ορθογώνια, ασύμπτωτες, εξίσωση ισοσκελούς υπερβολής, εξίσωση, $xy=c^2$, $x^2-y^2=α^2$, ασύμπτωτες, στοιχεία της ισοσκελούς υπερβολής, στοιχεία, κορυφές, κέντρο, εστίες, εστιακή απόσταση, χορδή, διάμετρος, εκκεντρότητα, εύρεση στοιχείων της ισοσκελούς υπερβολής, εύρεση, παραμετρικές εξισώσεις της ορθογώνιας υπερβολής, παραμετρικές εξισώσεις, τεταρτημόριο, x=ct y=c/t, θέσεις ευθείας ως προς την ισοσκελή υπερβολή I, κλίση, xx', yy', θετική, αρνητική, ευθεία, γωνία, θέση, σημεία, θέσεις ευθείας ως προς ισοσκελή υπερβολή II, διακρίνουσα, εξίσωση ευθείας, τέμνει, εφάπτεται, δεν έχει κοινό σημείο, εφαπτομένη και κάθετη της ισοσκελούς υπερβολής, εφαπτομένη, κάθετη, άπειρες, εξίσωση της εφαπτομένης και κάθετης της ισοσκελούς υπερβολής, παράγωγος, λεφ, λκ, ορθές, δραστηριότητα αξιολόγησης, λανθασμένες, παριστάνει, ασύμπτωτες, √2, ε, αντιστοιχίσετε, σημείο Τ, Ε, Ε', ισοσκελής υπερβολή, ισοσκελούς υπερβολή.

Διδακτικοί στόχοι

Α/Α	Διδακτικοί Στόχοι
Οι μαθητές να:	
ΔΣ1	Ορίζουν την ισοσκελή υπερβολή και βρίσκουν τα στοιχεία της.
ΔΣ2	Αναφέρουν και εφαρμόζουν τις παραμετρικές εξισώσεις της ορθογώνιας υπερβολής $xy = c^2$.
ΔΣ3	Ορίζουν και βρίσκουν εξίσωση της εφαπτομένης και της καθέτου της ισοσκελούς υπερβολής σε τυχαίο σημείο της.

Λύσεις δραστηριοτήτων αξιολόγησης και απαντήσεις στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 6

6.1. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Σύρω και αφήνω (Σωστό – Λάθος)

Ποιες από τις προτάσεις που σας δίνονται είναι ορθές και ποιες λανθασμένες;

Απάντηση:

Η εξίσωση $x^2 - y^2 = 1$ παριστάνει ισοσκελή υπερβολή. Σωστό

Οι ασύμπτωτες της ισοσκελούς υπερβολής $xy = c^2$ είναι οι $y = \pm x$. Λάθος

6.2. Δραστηριότητα αξιολόγησης : Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η εκκεντρότητα της ισοσκελούς υπερβολής $xy = c^2$;

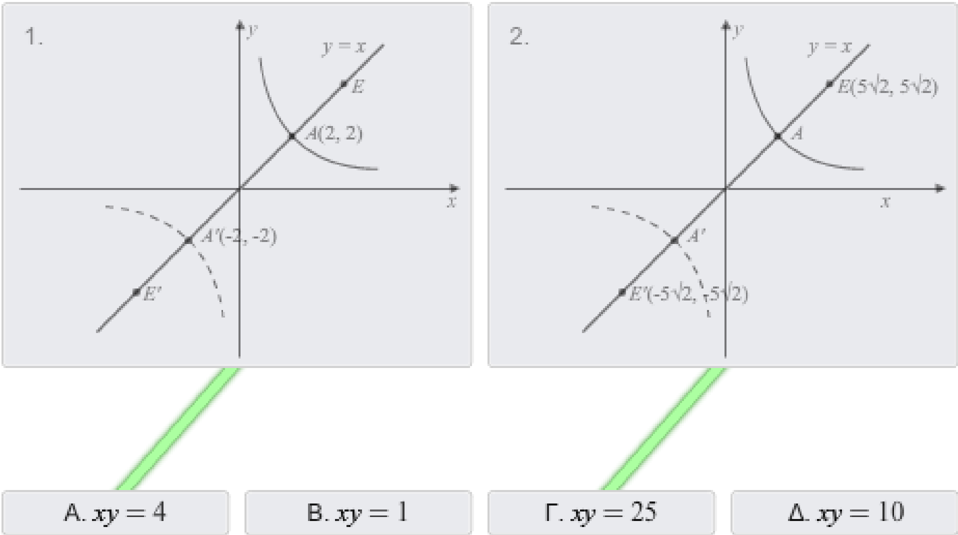
Απάντηση:

$\sqrt{2}$

6.3. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Αντιστοίχιση

Να αντιστοιχίσετε την εξίσωση της ισοσκελούς υπερβολής με τη γραφική της παράσταση.

Απάντηση:



6.4. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η εξίσωση της ισοσκελούς υπερβολής η οποία διέρχεται από το σημείο $T\left(\sqrt{3}t, \frac{\sqrt{3}}{t}\right)$

Απάντηση:

$xy = 3$

6.5. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποιες είναι οι παραμετρικές εξισώσεις της ισοσκελούς υπερβολής $36xy = 1$;

Απάντηση:

$x = \frac{t}{6}, \; y = \frac{1}{6t}$

6.6. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε την εξίσωση της ισοσκελούς υπερβολής με εστίες $E(7\sqrt{2}, 7\sqrt{2})$ και $E'(-7\sqrt{2}, -7\sqrt{2})$.

Απάντηση:

$xy = 49$

6.7. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Ποια είναι η κλίση της εφαπτομένης της ισοσκελούς υπερβολής $xy = 4$ στο σημείο $T(1, 4)$;

Απάντηση:

-4

6.8. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της υπερβολής $x = \frac{t}{6},\ y = \frac{1}{6t}, t > 0$ στο σημείο T, αν η εξίσωση της καθέτου στο σημείο T είναι $x = y$.

Απάντηση:

$$x + y = \frac{1}{3}$$

6.9. Δραστηριότητα αξιολόγησης: Πολλαπλής επιλογής

Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της ισοσκελούς υπερβολής $xy = 8$ στο σημείο T, αν η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο T είναι $y - 4 = -2x + 4$.

Απάντηση:

$$y - 4 = \frac{1}{2}x - 1$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

American Association for the Advancement of Science (2001). Designs for Science Literacy. Washington, DC: AAAS

Bredderman, T. (1983). Effects of activity-based elementary science on student outcomes: A quantitative synthesis. Review of Educational Research, 53, 499–518.

Cole, M., & Bruner, J. S. (1971). Cultural differences and inferences about psychological processes, American Psychologist, 26, 867-76.

DeGrave, W. S., Boshuizen, H. P. A., and Schmidt, H. G. (1996). Problem-based learning: Cognitive and metacognitive processes during problem analysis. *Instr. Sci.* 24: 321-341.

De Jong, T. and Van Joolingen, W. R. (1998). Scientific Discovery Learning with Computer Simulations of Conceptual Domains. Review of Educational Research, 68, 179-201.

Devin, P. (2004). *When Computers Go to School: How Kent School Implemented Information Technology to Enrich Teaching and Learning*. Published by Rand Corporation.

Dewey, J. (1938). Logic: The Theory of Inquiry, New York: Holt and Co.

Fenrich, P. (2005). *Creating Instructional Multimedia Solutions: Practical Guidelines for the Real World*. Published by Informing Science.

Hmelo-Silver C. (2004). Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn? Educational Psychology Review, 16, 235-266.

Honebein, P., Duffy, T.M., & Fishman, B. (1993). Constructivism and the design of learning environments: Context and authentic activities for learning. In Thomas M. Duffy, Joost Lowyck, and David Jonassen (Eds.), Designing environments for constructivist learning. Heidelberg: Springer-Verlag.

Jonassen, D. (1994, April). Thinking technology. Educational Technology, 34(4), 34-37.

Koumi, J. (2006). Designing video and multimedia for open and flexible learning. London and New York: Routledge.

Lave, J. (1988). Cognition in practice. Cambridge: Camtddge University Press.

Lever-Duffy, J, Mc Donald, J. & Mizell, P. (2003). *Teaching and Learning with technology.* Pearson Education, Inc.

Martin, D.J. (2003). Elementary Science Methods: A constructivist approach. Belmont, CA: Wadsworth.

Mayer, R. (2001). *Multi-Media Learning*. Cambridge University Press.

McDaniel, M.A., & Schlager, M.S. (1990). Discovery learning and transfer of problem-solving skills. Cognition and Instruction, 7, 129–159.

McDermott and the Physics Education Group at the University of Washington (1996). *Physics by Inquiry Volume II*. Wiley, New York, USA.

Oblinger, D. (2006). *Simulations, Games, and Learning.* Retrieved September 15, 2008, from http://net.educause.edu/ir/library/pdf/ELI3004.pdf

Piaget, J. (1970). Piaget's theory. In P. Mussen (Ed.), Carmichael's manual of child psychology (Vol. 1, pp. 703–772). New York: John Wiley & Sons.

Piaget, Jean (1977). The development of thought: Equilibrium of cognitive structures. New York: Viking Press.

Posner, G. Strike, K. Hewson, P. and Gertzog, W. (1982). Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. Science Education, 66, 211-227.

Resnick, L. (1987) "The 1987 AERA Presidential Address: Learning in School and Out," Educational Researcher, 16 (9), 13-20.

Rochelle, J. (1992). Reflections on Dewey and Technology for Situated Learning. Paper presented at annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Rogoff, B. (1990). Apprenticeship in thinking. Cognitive development in social context. New York: Oxford University Press.

Sauvé, L., Renaud, L., Kaufman, D., & Marquis, J. S. (2007). Distinguishing between games and simulations: A systematic review. *Educational Technology & Society*, 10 (3), 247-256.

Schauble, L. (1996). The development of scientific reasoning in knowledgerich contexts. Developmental Psychology, 32, 102–119.

Stohr-Hunt, P.M. (1996). An analysis of frequency of hands-on experience and science achievement. Journal of Research in Science Teaching, 33, 101–109.

Sunal, D. W. and Sunal, C. S. (2003). Science in the elementary and middle school. Upper saddle river, NJ: Merrill Prentice Hall.

Torp, L. and Sage, S. (1998). Problems as Possibilities: Problem-Based Learning for K-12 Education. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

vonGlaserfeld, E.(1989) Cognition, Construction of Knowledge, and Teaching, Synthese, 80, 121-140.

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development of higherpsychological processes. Cambridge: Hiuvmd University IPsss.

Weert, T., Tatnall, A. (2005). *Information and Communication Technologies and Real-life Learning: New Education for the Knowledge Society.* Published by Springer.

Wertsch, J. V. (1991). Voices of the mind: A socio-culibral approach to mediated action. Cambridge, MA: Harvmd University Press.

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ

http://www.businessballs.com/bloomstaxonomyoflearningdomains.htm

http://www.nwlink.com/~Donclark/hrd/bloom.html